



## Revista Internacional de Investigación e Innovación Tecnológica

Página principal: [www.riit.com.mx](http://www.riit.com.mx)

---

### Aplicaciones sencillas de las funciones y técnicas básicas de análisis y síntesis digital de señales que pueden facilitar su enseñanza

#### Basic functions and techniques for the analysis and digital synthesis of signals and its potential use in teaching; simple applications

Núñez-Pérez, R. F.

Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Dpto. de Electrónica y Telecomunicaciones, Carretera Ens.-Tij., 3918, zona playitas, Ensenada, B.C., México, C.P. 22860.  
[rnunez@cicese.mx](mailto:rnunez@cicese.mx)

**Innovación tecnológica:** mediante la utilización práctica del análisis y síntesis digital de señales, los instruidos podrán analizar, sintetizar y controlar señales de laboratorios de pruebas académicos e industriales.

**Área de aplicación industrial:** en base al dominio de los temas propuestos, el instruido podrá actualizar sus conocimientos de ingeniería de prueba, implantar el mantenimiento predictivo y/o realizar la parametrización de modelos para el control eficiente de procesos industriales, entre otros.

Recibido: 20 septiembre 2016.

Aceptado: 28 noviembre 2016.

#### Resumen

Con el objetivo de facilitar su enseñanza y aplicación en el campo de la vibración mecánica y de otros afines, se presenta un estudio complementario que describe algunas funciones y técnicas básicas para analizar y sintetizar digitalmente señales de laboratorio, acompañadas con aplicaciones sencillas para apoyar al instruido (v.g., ya sea que instrumente el mantenimiento predictivo o parametrize modelos de procesos para su control, entre otras). La idea es que pueda analizar, sintetizar y controlar digitalmente señales de laboratorios de pruebas académicos e industriales y que a la vez vaya corroborando su aprendizaje. Se trabaja con los programas DADISP2 y LabVIEW7 y el adquisidor/generador de señales PMD1208LS. Se inicia con la función de correlación, para recuperar señales ahogadas en ruido caótico y obtener retardos relativos, y se continúa con la función cepstrum, para obtener tasas de repetición de armónicas, retardos precisos entre señales y observar su poca sensibilidad a cambios en las formas de onda. Se presentan las principales capacidades y validaciones de las funciones de respuesta a la frecuencia, de análisis de coherencia y de análisis de tiempo-frecuencia. Se describe la técnica de

promediación lineal en el tiempo, para mejorar la tasa de señal a ruido, y la de promediación en movimiento, para obtener filtrajes que atiendan a factores de suavizados particulares.

El estudio realizado fue evaluado por un grupo de instruidos en el curso de aplicaciones en instrumentación del análisis digital de señales del Centro, con resultados favorables. Se incorporarán las técnicas de filtraje adaptable, de análisis de tiempo-frecuencia adaptable, para fomentar el interés de tesis de posgrado, en instrumentación y control, y de ingenieros analistas de vibraciones de máquinas, de vibraciones caóticas mejoradoras de procesos y de desarrollo de analizadores, entre otros.

**Palabras clave:** correlación, cepstrum, análisis de coherencia, análisis de tiempo-frecuencia, ruido caótico.

### **Abstract**

In order to facilitate their teaching and application in the field of mechanical vibration and other similar ones, is a complementary study describing some basic functions and techniques to analyze and synthesize digitally laboratory signals, accompanied with simple applications engineering testing to support the learned (e.g., whether implemented predictive maintenance or model parameters specification of process for its control, among others). The idea is that the apprentice can analyze, synthesize, and control common signals of academics and industrial test laboratories and that go at the same time confirming their learning. The study is conducted by using the DADISP2 and LabVIEW7 programs and the signal acquirer and generator PMD1208LS. As a first step, the correlation function is used to recover signals from noise and to obtain related delays. Next, the rates of repetition of harmonics, precise delays between signals and observe their low sensitivity to changes in waveforms are obtained by using the cepstrum function. Then, the main capabilities of the response functions to frequency, coherence analysis and time-frequency analysis are discussed. Finally, the linear averaging techniques in time, to improve the signal-to-noise rate, and the moving average algorithm, to obtain continuous filtering with the smoothing factor, are showed.

The study presented has been evaluated by a group of students in the institutional course of applications in instrumentation of the digital signal analysis, with favorable results. In the mean term, the techniques of adaptive filtering, adaptive time-frequency analysis, will be incorporated in order to get the interest of postgraduate students, instrumentation and control engineers, machinery vibration analyst, chaotic vibrations engineers and analyzers developers, among others.

**Key words:** correlation, cepstrum, coherence analysis, time-frequency analysis, chaotic noise.

### **1. Introducción.**

La integración de circuitos e instrumentos electrónicos con programas para analizar, sintetizar y controlar señales de laboratorios de prueba académicos e industriales requiere de un tratamiento profesional de las mismas, tanto para su digitalización como para su

analogización, por lo cual deben utilizarse en los canales de entrada (sensado) y de salida (actuado) filtros de antitraslape y de suavizado, respectivamente; así la circuitería resulta casi transparente a las señales de interés y con esto se asegura que las funciones y técnicas de procesamiento

digital de señales puedan aplicarse correctamente [30, 35, 37].

En los estudios y enseñanzas afines a estos temas, el aplicar las funciones y técnicas básicas para el análisis y síntesis digital de señales no resulta ser tan evidente puesto que en los cursos donde se abordan éstos (v.g., el de señales y sistemas, el de procesamiento digital de señales, entre otros que se ofrecen en los posgrados, como en el de electrónica y telecomunicaciones del Centro [10], el material es tan abundante que no alcanza a cubrirse en su totalidad y menos a mostrarse para que sirvan en la práctica estas herramientas [3, 5, 6, 13, 21]. Es por eso que, en el curso de aplicaciones en instrumentación del análisis digital de señales [30] del posgrado mencionado, se persigue que se integren circuitos e instrumentos electrónicos con programas (v.g., Matlab, DADISP2 [15] y LabVIEW7 [22]) y módulos adquirentes/generadores de señales (v.g., el PMD1208LS y otros) para que se analicen, sinteticen y controlen digitalmente señales comunes en los laboratorios de prueba y que a la vez se valide el grado de competencia adquirida por los instruidos. Es en este proceso, donde se cree que el estudio complementario propuesto puede ser de utilidad para reforzar el conocimiento, ya que muestra la aplicación de funciones y técnicas básicas de análisis y síntesis digital de señales de uso común en el laboratorio. Es conveniente comentar que, para que esto sea posible, el instruido debe de manejar ya los conceptos básicos de teoría de muestreo y traslape espectral, discontinuidad y fuga espectral, utilización de funciones ventana clásicas, filtraje digital básico, entre otros.

El estudio mencionado consiste en realizar una breve descripción de las funciones y técnicas básicas seleccionadas para analizar y sintetizar digitalmente señales generadas y medidas de vibración mecánica y de otros

campos. La descripción se acompaña con algunas aplicaciones sencillas de la ingeniería de prueba para que, el instruido, sea capaz de realizar lo propio en su trabajo actual o futuro (v.g., ya sea instrumentando el mantenimiento predictivo [12, 13] o caracterizando parámetros de modelos físico-matemáticos para su mejor control [3, 4, 37], entre otras).

Por su importancia, en la sección 2, se inicia con la función de correlación, para recuperar señales senoidales ahogadas en ruido caótico y obtener retardos relativos, se continua con la función de cepstrum, para obtener tasas de repetición de armónicas espectrales, retardos precisos o ecos entre señales y observar su poca sensibilidad a cambios en las formas de onda. Las funciones de respuesta a la frecuencia, de análisis de coherencia y de análisis de tiempo-frecuencia (v.g., se realizan espectrogramas con la transformada corta de Fourier) y sus potenciales, también se presentan en la misma sección. En la sección 3, se describen las técnicas de promediación lineal en el tiempo, para mejorar la tasa señal a ruido (TS/R), y en la frecuencia, con y sin disparo externo y, en seguida, se hace lo propio con la técnica de promediación en movimiento y sus factores de suavizado o filtraje. En la sección 4, se presentan las reflexiones y recomendaciones, y en la 5, las conclusiones más relevantes. Finalmente, en las secciones 6 y 7, se indican los agradecimientos y la bibliografía, respectivamente.

## **2. Las funciones básicas de análisis y síntesis digital de señales.**

Se mencionan algunas funciones representativas para el análisis y síntesis digital de señales que se aplican en la ingeniería de prueba [37]. Por su relevancia, se inicia con la función de correlación, para recuperar señales inmersas en ruido caótico y obtener retardos relativos, y se continúa

con el análisis cepstral, para obtener tasas de repetición de armónicas en los espectros de señales diferentes y retardos precisos entre éstas. En seguida, la función de análisis de coherencia muestra su potencial para validar la función de respuesta a la frecuencia e identificar comportamientos no linealidades del sistema, entre otros detalles. Finalmente, la transformada corta de Fourier exhibe la función de análisis tiempo-frecuencia y su espectrograma para mostrar como varían las armónicas en función del tiempo y de sus resoluciones.

### 2.1 La función de correlación.

Una función muy utilizada en el campo del análisis y síntesis digital de señales es, sin duda alguna, la de correlación  $y(m)$ , puesto que ayuda a descubrir y cuantificar semejanzas entre dos formas de onda, a obtener retardos relativos entre las mismas y a recuperar señales repetitivas inmersas en ruido, entre otras muchas aplicaciones. Su representación en matemáticas discretas es (1) [35, 36]:

$$y(m) = 1/2N \sum_{n=0}^{N-1} x(n)h(n+m), \quad \text{Ec. (1)}$$

dónde:

$x(n)$  = señal por correlacionar,

$h(n+m)$  = señal que se correlaciona,

$N$  = número total de muestras que normaliza el resultado,

$n$  = índice de la muestra de la señal por correlacionar,

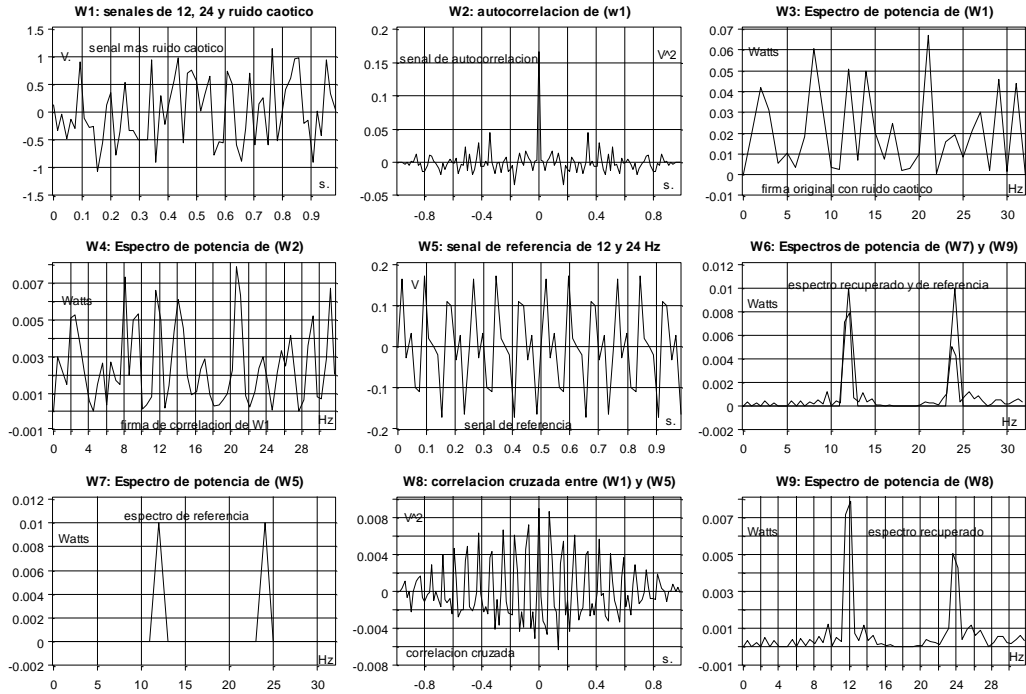
$m$  = índice de la muestra de la señal correlacionada.

En realidad, el valor de la correlación  $y(m)$ , es el de una suma acumulada de los

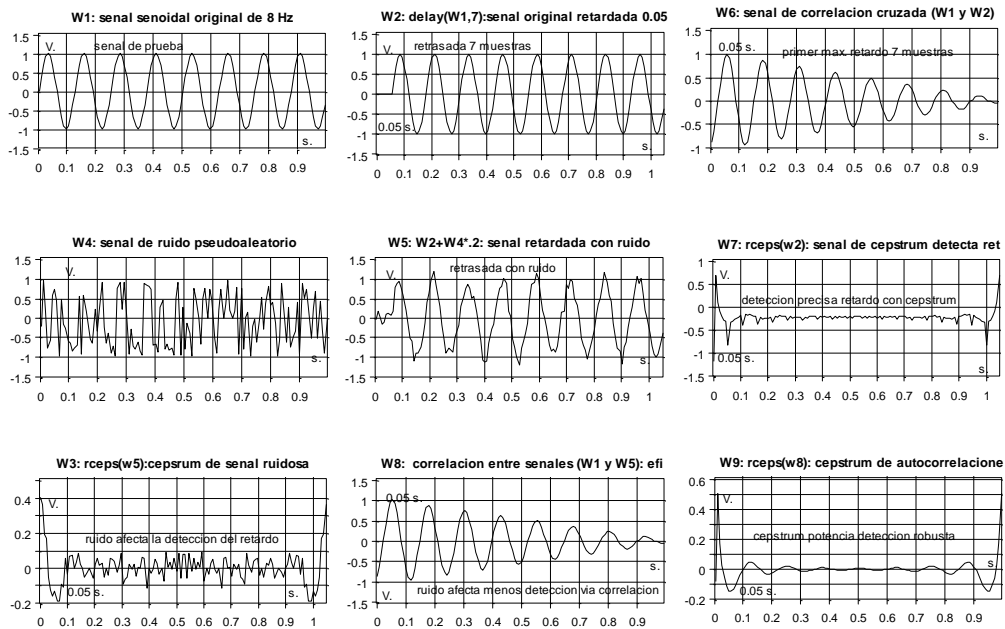
productos de la señal fija  $x(n)$  y de la que se recorre  $h(n+m)$  sobre la primera; operación que se realiza de 0 a  $2N-1$  muestras y en el dominio de  $m$ . El valor mencionado, en casos particulares, es máximo en el momento en que ambas señales resultan ser iguales y, en ese instante, se puede tomar nota del retardo relativo.

La figura 1 presenta el caso de la recuperación de señales repetitivas con ruido caótico. La eficiencia en el resultado depende de las relaciones entre las frecuencias de las señales en juego; se facilita el procedimiento si las periódicas y las de ruido de que se trate están lo más alejadas espectralmente. Por ejemplo, cuando se tiene una señal con una TS/R pequeña, producto del ruido caótico [27] o pseudoaleatorio, con la autocorrelación se puede recuperar una versión aproximada de la señal original; pero si se correlaciona cruzadamente con alguna de referencia y parecida a la original que se busca, el proceso es aún más eficiente [2, 3, 28]. Este puede reportar mejoras de 20 dB o más, respecto al mencionado inicialmente.

Los retardos relativos entre las señales también se pueden obtener con la correlación entre las mismas señales como lo indica la figura 2. El tiempo que tardan en igualarse, es aquel que transcurre hasta que la magnitud de la correlación es máxima indicando con esto el retardo relativo o de transmisión. Este retardo, puede servir para calcular distancias y/o velocidades entre emisor y blanco (v.g., una señal de eco), o en su caso, conocer quien llegó primero, entre otras.



**Figura 1.** Recuperación de señales senoidales de 12 y 24 Hz, generadas por el programa DADISP2, ahogadas en ruido caótico, utilizando la autocorrelación y la correlación cruzada; esta última emplea una señal de referencia. En las W7, W3, W4 y W9, se presentan las firmas espectrales de potencia de la de referencia, de la original con ruido, de la autocorrelación y de la correlación cruzada entre la señal con ruido y de la referencia, respectivamente. Se observa como esta última supera notablemente en su labor al resto de las firmas espectrales. En la W6, se traslapa la de referencia (W7) con la resultante (W9) y se constata la calidad obtenida. La principal diferencia marca la incoherencia de la correlación cruzada (W8) representada por su fuga espectral en la resultante W9 (ordenadas: Voltios y Watts, abscisas: segundos y Hertz).



**Figura 2.** Obtención de retardos relativos vía la correlación y el análisis de cepstrum, utilizando el programa DADISP2, cuando la señal senoidal original se retarda 7 muestras (i.e.,  $r = 7$  muestras o 0.05 s.) (viz., la W2) y se le

suma ruido pseudoaleatorio (viz., la W5). En las W6, W7 y W8, se presentan los retardos obtenidos por medio de la correlación entre W1 y W2 (i.e., la posición del primer máximo indica el retardo), del cepstrum (i.e., la posición del primer mínimo indica el retardo) y de la correlación cruzada entre W1 y W5 (i.e., la posición del primer máximo indica el retardo), respectivamente. En los tres casos, se obtiene el retardo con buena precisión. Cuando la señal contiene ruido pseudoaleatorio (viz., la W5), la obtención del retardo, con la función cepstrum, ya no resulta tan precisa (viz., la W3), pero si se utiliza la W8 (i.e., la correlación entre W1 y W5), con la misma función, se tiene un resultado aceptable como lo indica la W9 (ordenadas: Voltios y Watts, abscisas: segundos).

## 2.2 La función de análisis de cepstrum.

Sin duda el análisis de cepstrum es uno de los pocos que ayuda a identificar y calcular la tasa con la cual se repiten grupos de armónicas en el espectro y los retardos relativos (i.e., ecos). En el caso de los retardos, sus resultados son más precisos que los obtenidos por la función de correlación (viz., con W7 de la figura 2). Una de las definiciones más utilizadas de la función cepstrum es la constituida por la transformada inversa de Fourier del logaritmo de la transformada de Fourier de la magnitud de la señal (v.g., puede ser el espectro, el autoespectro (potencia) o el espectro cruzado (potencia)). Su representación analítica más común es (2) [6, 7, 14, 34]:

$$C(\tau) = TRFi\{\log(TRF)\}, \quad \text{Ec. (2)}$$

dónde:

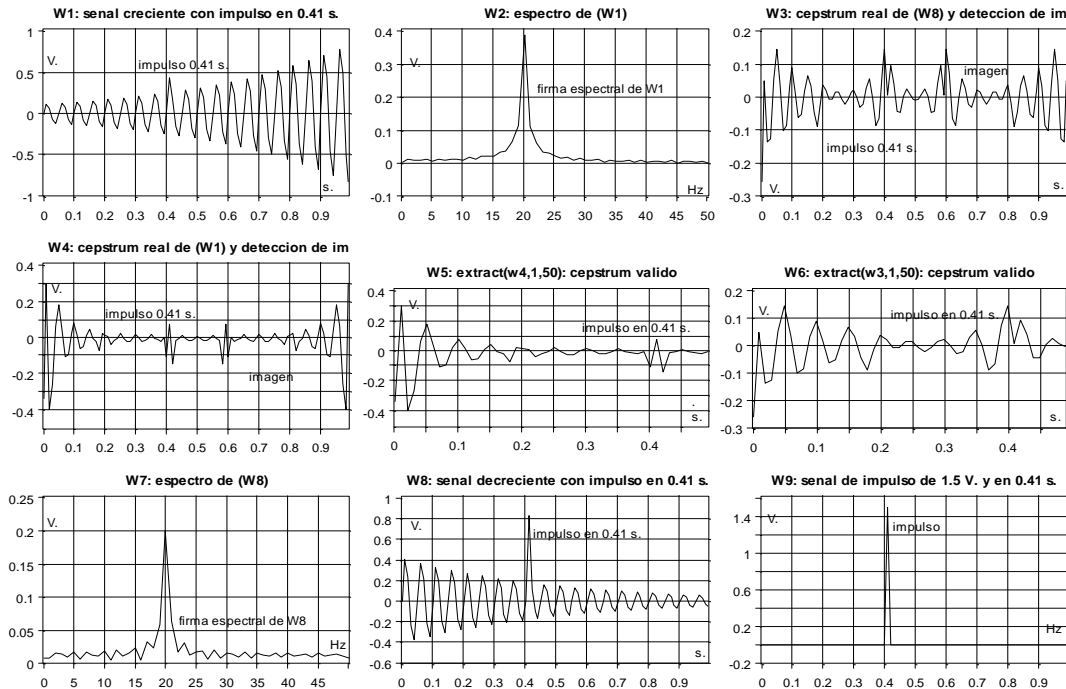
$TRF$  = magnitud natural o de potencia (i.e., el autoespectro o espectro cruzado) de la transformada de Fourier de la señal,

$TRFi$  = transformada de Fourier inversa,

$C(\tau)$  = función cepstrum básico (v.g., descrito por quefrecuencias (segundos) y ramónicas (Hz)),

$\tau$  = tiempo o retardo (segundos).

El producto final del  $C(\tau)$  es la quefrecuencia (segundos), componente que indica la tasa con la que se repiten grupos de armónicas en el espectro y su inverso es la ramónica (Hz). Existe el cepstrum real y el complejo, dependiendo lo que se persiga es el que debe utilizarse. En particular, si se desea regresar de un dominio al otro el ideal es el segundo. La función cepstrum es insensible a la posición del punto de medición, i.e., aunque el punto de medición cambie, el valor del cepstrum sigue siendo aproximadamente el mismo no importando que las formas de onda de las señales medidas y sus espectros sean diferentes, como lo indica la figura 3. Por ejemplo, al aplicarse a señales de voz para identificar al locutor con voz distorsionada, el cepstrum resultante es casi el mismo en ambos casos [12, 33].



**Figura 3.** Generación de dos señales reales complementarias y los resultados de sus análisis cepstrales son muy semejantes; se utiliza el programa DADISP2. A las señales exponenciales independientes que modulan la amplitud, en forma creciente y decreciente, de una senoidal de 20 Hz, se les aplica un impulso (viz., la W9) en  $\tau = 0.41$  s., como se indica en las W1 y W8. Los espectros que se obtienen son ligeramente diferentes y se muestran en las W2 y W7. Sus funciones cepstrales recortadas, al número válido de muestras (i.e., a 50 muestras), se observan en las W5 y W6, para cada señal modulada. Se distinguen por su semejanza y sobre todo por la capacidad de detección en el tiempo (i.e., la quefrecuencia en  $\tau = 0.41$  s.) del impulso o eco (retardo) aplicado en ambos casos, sin importar las señales ni sus firmas espectrales (ordenadas: Voltios y Watts, abscisas: segundos y Hertz).

### 2.3 Las funciones de análisis de coherencia y de respuesta a la frecuencia.

Una aplicación típica de la función de análisis de coherencia (FAC) es la de calificar la función de respuesta a la frecuencia (FRF) de sistemas en general [2, 3, 18, 37]. Dicha función, indica la relación o dependencia de la respuesta o salida con respecto a la excitación o entrada. La idea es asegurar que la FRF describa completa y confiablemente la dinámica del sistema lineal estudiado, i.e., que las armónicas de salida solo sean excitadas por las de la entrada. Para procesar y obtener estas funciones se requiere de un analizador de frecuencias de dos canales (i.e., para la entrada y la salida) y que las mediciones se realicen de preferencia en fase o simultáneas.

La relación entrada/salida o FRF, en el dominio de la frecuencia, está dada por Ec. (3). Es la expresión básica para obtener la estructura de la FRF, implicando que se puede obtener ésta calculando el espectro de la frecuencia de las mediciones de la entrada  $X(\omega)$  y de la salida  $Y(\omega)$ .

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega), \quad \text{Ec. (3)}$$

Esta ecuación está limitada por las suposiciones de que el sistema sea físicamente realizable (i.e., no responde antes de la excitación), lineal e invariante en el tiempo.

Se puede obtener una primera estimación  $H_1(\omega)$  de la FRF multiplicando ambos lados de (3) por  $X^*(\omega)$  y una segunda  $H_2(\omega)$  de la

FRF haciendo lo propio pero con  $Y^*(\omega)$ . De lo cual se obtiene (4.1 y 4.2):

$$H_1(\omega) = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}, \quad \text{Ec. (4.1)}$$

$$H_2(\omega) = \frac{S_{yy}}{S_{xy}}. \quad \text{Ec. (4.2)}$$

La función de análisis de coherencia entre las señales  $x(t)$  y  $y(t)$  está dada por la expresión Ec. (5).

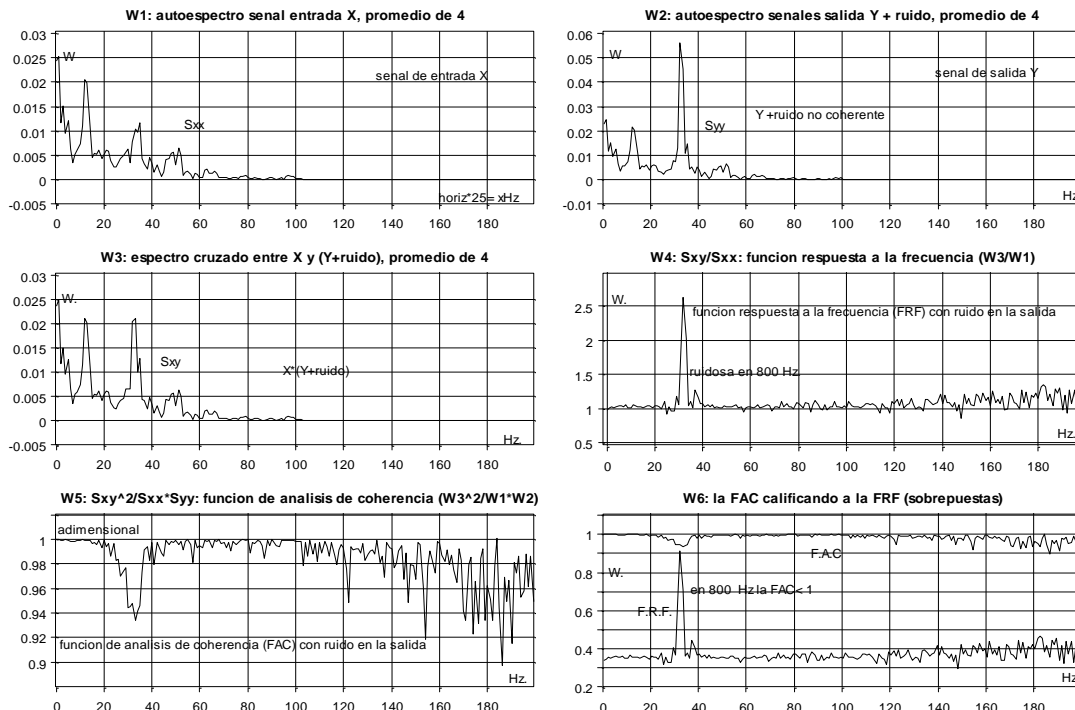
$$\gamma^2(\omega) = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} = \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}S_{yy}}. \quad \text{Ec. (5)}$$

Dónde:  $S_{xy}$  es el espectro cruzado entre la señal de salida y entrada,  $S_{xx}$  y  $S_{yy}$  es el autoespectro de las señales de entrada y de salida, respectivamente. Para lograr más certidumbre en el resultado, se emplea la promediación lineal en frecuencia, la cual requiere de la obtención de los autoespectros  $\bar{S}_{xx}$  y  $\bar{S}_{yy}$ , y del espectro cruzado  $\bar{S}_{xy}$ .

|  |                |
|--|----------------|
| $\gamma^2(\omega) = \frac{\overline{S_{xy}^2}}{\overline{S_{xx}} \overline{S_{yy}}}$ | <b>Ec. (6)</b> |
|--|----------------|

Dónde:  $\overline{S_{xx}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_{xx}(i)$ ,  
 $\overline{S_{yy}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_{yy}(i)$ ,  $\overline{S_{xy}^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_{xy}(i)$ ,  
 siendo  $n$  el número de tramas de frecuencia.

La función de análisis de coherencia (6) califica a la FRF en una escala que va de cero a uno, i.e., si logra la unidad, significa coherencia máxima. En particular, y para este caso, la salida fue excitada completamente por la entrada, el sistema es lineal y no presenta ruido alguno en la entrada, la salida o en el propio sistema en estudio. En la figura 4, se presenta el caso en que hay una armónica ruidosa en la salida de un filtro paso bajas y la FAC detecta e invalida la FRF para esa frecuencia. En ese sentido, se validan los alcances de frecuencia de 25 a 650 Hz y de 950 a 2,500 Hz de la FRF.





**Figura 4.** Funciones de análisis de coherencia (FAC,  $S_{xy}S_{xy}/S_{xx}S_{yy}$ ) y de respuesta a la frecuencia (FRF,  $S_{xy}/S_{xx}$ ) se obtienen con el programa DADISP2. En la W4, se tiene la FRF de un filtro con una señal de ruido de 800 Hz (i.e., de 32\*25 kHz) inyectado a la salida, y en la W5, se tiene la FAC correspondiente; se observa su calificación menor a la unidad para la frecuencia del ruido y sus vecinas cercanas por lo que no deben considerarse para evaluación alguna. El experimento considera 4 espectros promediados para calcular la FAC y la FRF (ordenadas: Watts, abscisas: Hertz).

## 2.4 La función de análisis de tiempo-frecuencia y sus espectrogramas.

El estudio de señales no estacionarias es de gran importancia donde se requiere conocer la variación de las frecuencias en función del tiempo. Como pasa con las señales de voz, audio, vibración mecánica, caóticas, entre otras. La transformada de Fourier informa sobre el contenido de las armónicas, o en su caso el espectro, de una señal de manera fija e instantánea. Si se desea conocer la dinámica en el tiempo de las armónicas mencionadas, con cierto grado de precisión, se necesita utilizar la función de análisis de tiempo-frecuencia básica y su representación de potencia dada por el espectrograma [8, 11, 14, 24]. En general, existen varios procedimientos lineales y no-lineales que buscan mejorar la precisión en estas transformaciones de tiempo-frecuencia, como lo son: el de Gabor, el espectrograma adaptativo, el de Wigner-Ville, el de Choi-Williams, el de Cone-Sahaped Kernel, entre otros.

### 2.4.1 La transformada corta de Fourier.

La transformada corta de Fourier o de tiempo-corto, STFT (i.e., del inglés: short-time Fourier transform) [4, 8, 9, 11, 14], es uno de los primeros y más sencillos métodos, en los que se basa el análisis de tiempo-frecuencia clásico para determinar la variación de las armónicas conforme al tiempo. Para el caso, se evalúa la transformada de Fourier de una pequeña ventana, sobre la trama completa de la señal y esa firma espectral se va acomodando en el segmento correspondiente a su ventana conforme transcurre el tiempo. Es decir, una pequeña ventana de tiempo se desliza a lo

largo de la señal y al terminar se calcula la transformada de Fourier y se despliega en el espacio de tiempo asignado y así, sucesivamente, hasta terminar con todas las ventanas cortas de la trama y construir el espectrograma.

En el caso continuo se define como (7):

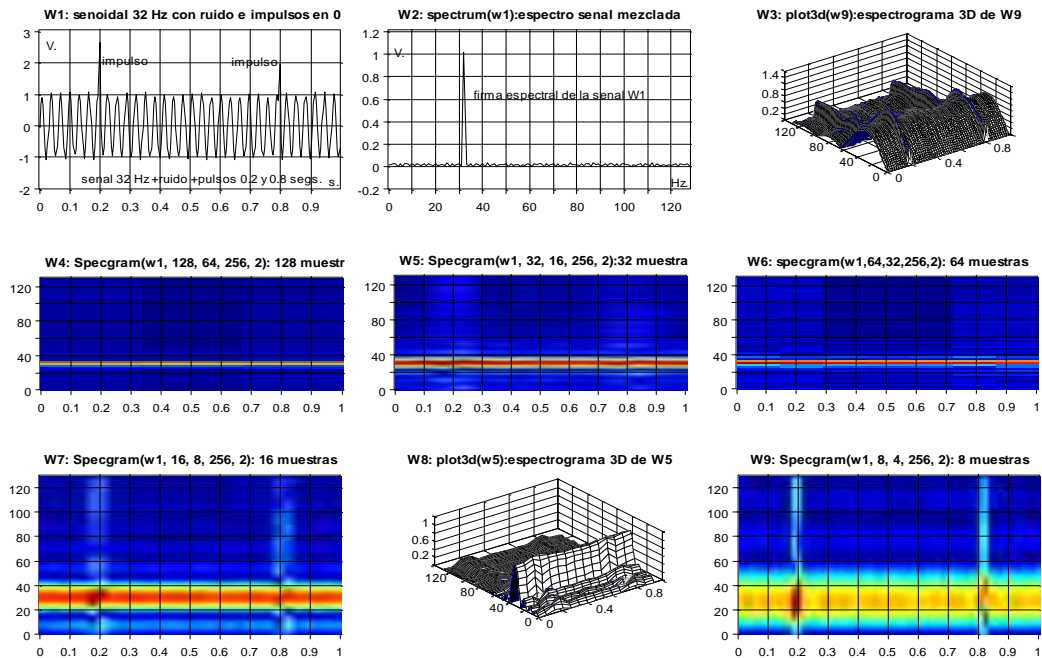
$$STFT\{x(\cdot)\} \equiv X(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)w(t-\tau)e^{-j\omega t} dt$$

Ec. (7)

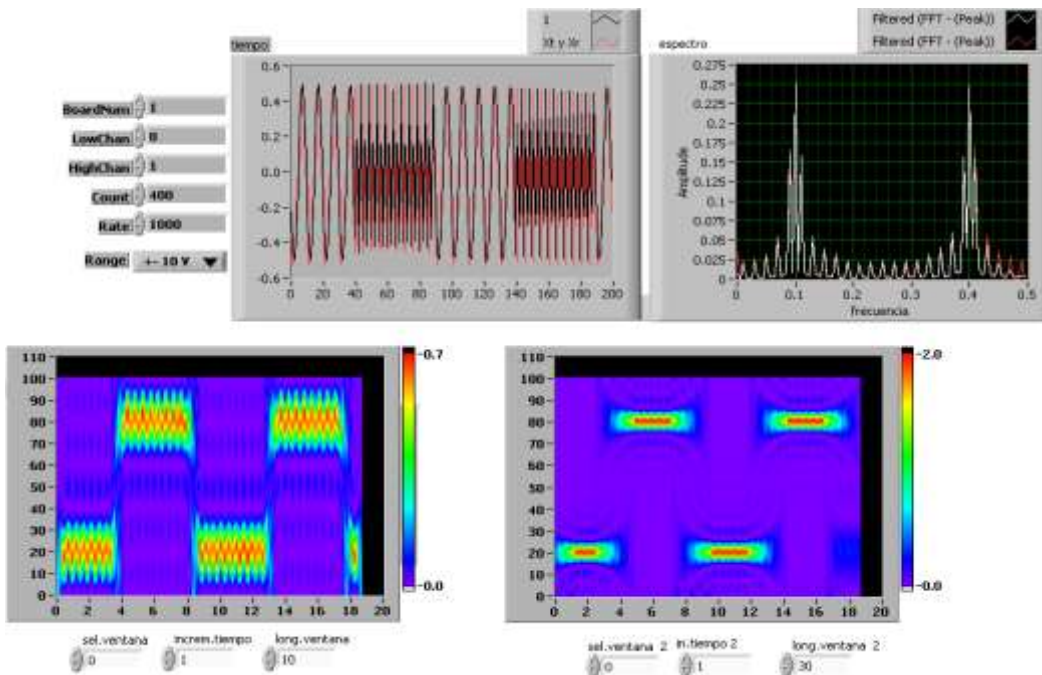
dónde:  $x(t)$  es la señal y  $w(t-\tau)$  representa la ventana corrida en el tiempo.

El principio de la incertidumbre en el análisis indica que pueden registrarse variaciones en las representaciones de las señales tanto en el tiempo como en la frecuencia. En las figuras 5 y 6, se operan un par de aplicaciones y se observa como las resoluciones en el tiempo y en la frecuencia del espectrograma dependen de: **a)** el número de muestras de la ventana corta (v.g., entre mayor sea el número de muestras, mayor será la resolución en la frecuencia y menor en el tiempo, y viceversa) [19, 26, 31], **b)** el traslape entre ventanas modifica el tiempo de cálculo (v.g., entre mayor sea el traslape, mayores serán: la calidad del espectro, el tamaño del pedestal en la frecuencia y el tiempo de procesado), y **c)** el tipo de ventana que abate la fuga espectral. Debido a que la fuga espectral depende la incoherencia de las señales en la ventana muestra, es importante elegir la correcta para abatir las discontinuidades en los extremos, aunque esto también disminuya la resolución en la

frecuencia y distorsiona las armónicas coherentes.



**Figura 5.** Análisis tiempo-frecuencia (v.g., con la transformada corta de Fourier) y su espectrograma. Utilizando el programa DADISP2, en la W1 y W2, se tiene una señal senoidal de 32 Hz, con ruido pseudoaleatorio y dos señales impulsionales en 0.2 y 0.8 s., y su espectro instantáneo, respectivamente. En el espectro mencionado no se observan, los impulsos y menos los instantes cuando estos surgen. En las ventanas W4, W5, W6, W7 y W9, se presentan los espectrogramas con 128, 32, 64, 16, 8 muestras por ventana, respectivamente. Resoluciones altas para la frecuencia y bajas para el tiempo para los casos: 128, 64 y 32 muestras/ventana, y bajas para la frecuencia y altas para el tiempo para cuando se usan 16 y 8 muestras/ventana. Se consideran ventanas rectangulares con un traslape del 50%. En la W3 (W9) y W8 (W5), se muestran los espectrogramas para altas resoluciones en el tiempo y en la frecuencia, respectivamente. En el primero, se observa cuando se generan los impulsos en 0.2 y 0.8 s. y la frecuencia de 32 Hz casi desaparece, mientras que, para el siguiente, se pierden los impulsos pero la frecuencia de 32 Hz se identifica claramente.



**Figura 6.** Análisis tiempo-frecuencia (v.g., con la transformada corta de Fourier) y el espectrograma con el LabVIEW7 y el PMD1208LS. En las ventanas superiores se presentan encimadas las mediciones instantáneas de dos señales senoidales (0.5 Vp y 200 ms.) moduladas por conmutación de frecuencia y sus espectros. En las inferiores, se presentan los espectrogramas por señal con resoluciones aceptables para el tiempo y la frecuencia; la idea es detectar los tiempos de cambio de las armónicas de 100 y 400 Hz. Con resoluciones de 10 y 30 muestras/ventana, sin ventana pesadora, sin traslape y considerando una Fm de 1 kHz y 400 muestras/canal de medición (i.e., con una resolución espectral de 2.5 Hz).

### 3. Las técnicas de promediación básicas de análisis y síntesis digital de señales.

Algunas de las técnicas comúnmente utilizadas para analizar y sintetizar digitalmente señales, en los laboratorios académicos e industriales, son: las de promediación lineal en el tiempo y en la frecuencia que ayudan a obtener firmas espectrales con buena TS/R (v.g., mayores a 60 dB con disparo externo), y las de promediación en movimiento por filtros FIR básicos que suavizan señales y abaten componentes de ruido de alta y baja frecuencia según sea el factor de suavizado seleccionado, v.g., para bloquear el desbalance, y dejar pasar solo señales de vibración mecánica de baja o mediana frecuencia, se necesita utilizar un factor de suavizado negativo [1, 20, 37].

#### 3.1 Las técnicas de promediación lineal en el tiempo y en la frecuencia.

En estas técnicas es muy importante medir, en forma coherente (i.e., en fase), las tramas de muestras para poder promediarlas en paralelo (8). Así se asegura que el promedio resultante contarán con la mejor tasa de señal a ruido (TS/R) y que ésta sea dada por una ganancia teórica equivalente a la raíz cuadrada del número de tramas promediadas (9), según Lyons, 1997 [21]:

$$Tf = 1/N \sum_{n=1}^N T(n), \quad \text{Ec. (8)}$$

dónde:

$Tf$  = trama final promediada y normalizada,

$T(n)$  = tramas por promediar,

$N$  = número total de tramas,

$n$  = número de trama,  $1 \leq n \leq N$ .

$$\text{Ganancia coherente ideal} = 20\log(\sqrt{N}) = 10\log(N), \quad \text{Ec. (9)}$$

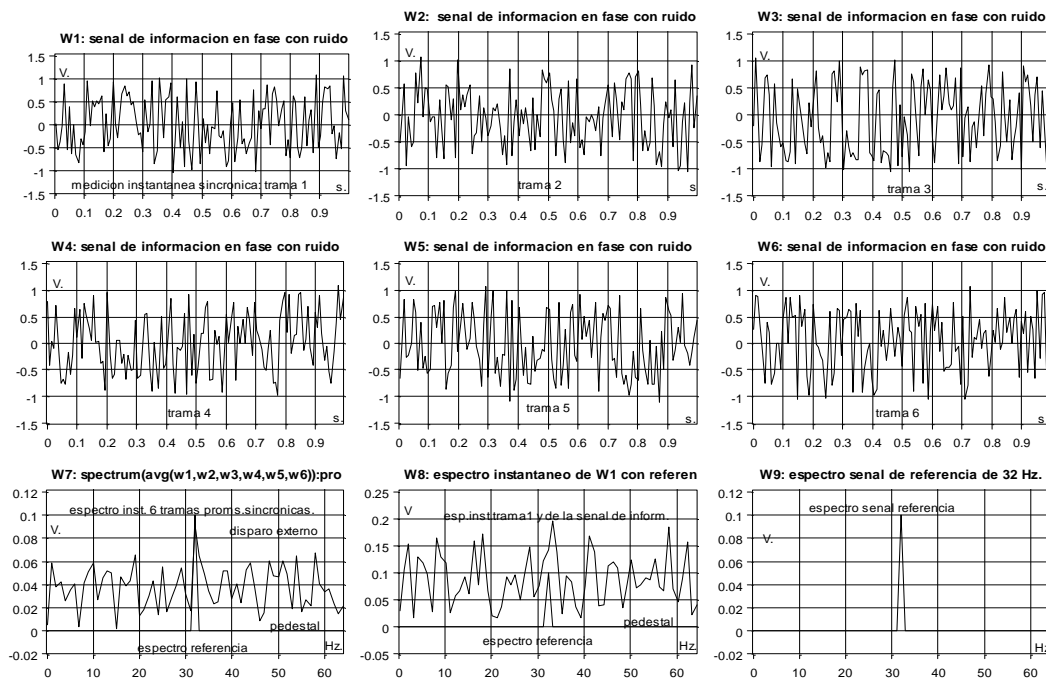
**a)** La técnica de promediación lineal en el tiempo con disparo externo (i.e., la coherente o en fase) que se presenta en la figura 7, es una de las más eficientes, en su tipo, puesto que mejora directamente la TS/R en mediciones de ésta índole (8); se menciona que teóricamente presenta una ganancia dada por (9); donde  $N$  es el número de tramas, o mediciones simultáneas. La ganancia obtenida se observa perfectamente en el espectro promedio de potencia de las tramas procesadas; menor variabilidad y más fineza en sus armónicas, con un pedestal o desbalance mínimo en el espectro. En este caso, es un requisito importante cuidar al máximo la reproducibilidad del procedimiento de disparo externo y la correspondiente adquisición de los datos de la trama; aplicaciones relacionadas e interesantes de mediciones del desgaste mecánico vía la vibración se señalan en Félix, 1992 [16] y Beck, 1990 [1].

**b)** La técnica de promediación lineal en el tiempo sin disparo externo y con autocorrelación de la señales (i.e., la no-coherente o fuera de fase) mejora la tasa de señal a ruido de una medición en menor medida que la anterior, i.e., presenta una ganancia teórica menor a (9), donde  $N$  es el número de tramas o mediciones simultáneas autocorrelacionadas de los datos. La ganancia se contempla en el espectro instantáneo de potencia de las tramas procesadas en el tiempo; menor variabilidad en sus armónicas, se hacen más finas y se registra un pedestal o ruido de fondo mínimo. Todo esto con un mayor número de

tramas promediadas, respecto a la del inciso a).

c) La técnica de promediación lineal en la frecuencia se utiliza cuando las tramas de la señal de entrada son asíncronas, i.e., no son coherentes, o están fuera de fase, y no se cuenta con la autocorrelación; por ende es una de las más utilizadas. Se promedia el espectro de potencia de cada trama (i.e., se logra una suavización del espectro). La

ganancia hace que se abata la variabilidad de las armónicas, en este caso, resulta teóricamente igual a  $5\log(N)$ ; en particular, las promediaciones de los espectros de potencia de cada trama se hacen más finas, pero existe el inconveniente del incremento del ruido de fondo o pedestal, el cual va creciendo con el número de espectros promediados y puede llegar a enmascarar pequeñas armónicas de información.



**Figura 7.** Técnica de promediación lineal en el tiempo, con sincronización externa, es de las mejores para realizar mediciones con una buena TS/R. Se utiliza el programa DADISP2 para, de la W1 a la W6, desplegar las señales generadas de 32 Hz con ruido pseudoaleatorio. En las W9 y W8 se presenta el espectro de la señal senoidal de 32 Hz y el instantáneo de la trama 1 de la W1, respectivamente. En la W7, se encima el espectro promedio de 6 tramas con el de la señal senoidal de interés y se observa buena detección, así como también una disminución de la variabilidad del espectro, i.e., se afinan las armónicas y se registra un leve crecimiento del ruido de fondo (ordenadas: Voltios y Watts, abscisas: segundos y Hertz).

### 3.2 Las técnicas de promediación en movimiento y sus factores de suavizado.

Un proceso de filtraje FIR (v.g., del inglés, finite impulse response) de Fourier básico, es una técnica de promediación en movimiento (TPM) que suaviza, en el tiempo, señales periódicas que contienen ruido y/o desbalances; trabaja sobre las muestras en forma serial, por tramos y es continua [15, 17, 21, 23].

El factor de suavizado (FS) debe ser mayor a dos y menor a la tasa entre la frecuencia de muestreo ( $F_m$ ) y la de la señal máxima permitida (i.e., la de corte  $F_{sc}$ ), para evitar perder información en el proceso. Tal cual, el FS, se supone positivo y realiza un filtraje paso bajas y si los promedios se restan de las muestras originales se considera negativo y se realiza un filtraje paso altas.

Combinaciones entre los mismos, llevan a obtener filtrajes pasa banda o de rechazo de banda, entre otros, como se observa en la figura 8. Es conveniente mencionar que el factor de forma de este filtro está supeditado al FS seleccionado, i.e., entre más grande, según el criterio, el factor de forma del filtro tiende al del filtro ideal. Finalmente, las muestras operadas se recorren respecto a las originales y por lo tanto éstas se pierden. Se puede trabajar un histórico en tiempo real e ir abatiendo las frecuencias altas (FS+) y/o bajas o los desbalances (FS-). Este procedimiento solo debe utilizarse en el dominio del tiempo, puesto que en el de la frecuencia se pierde resolución y se alteran las armónicas.

La señal original de N muestras  $x(n)$ , se promedia utilizando un factor de suavizado

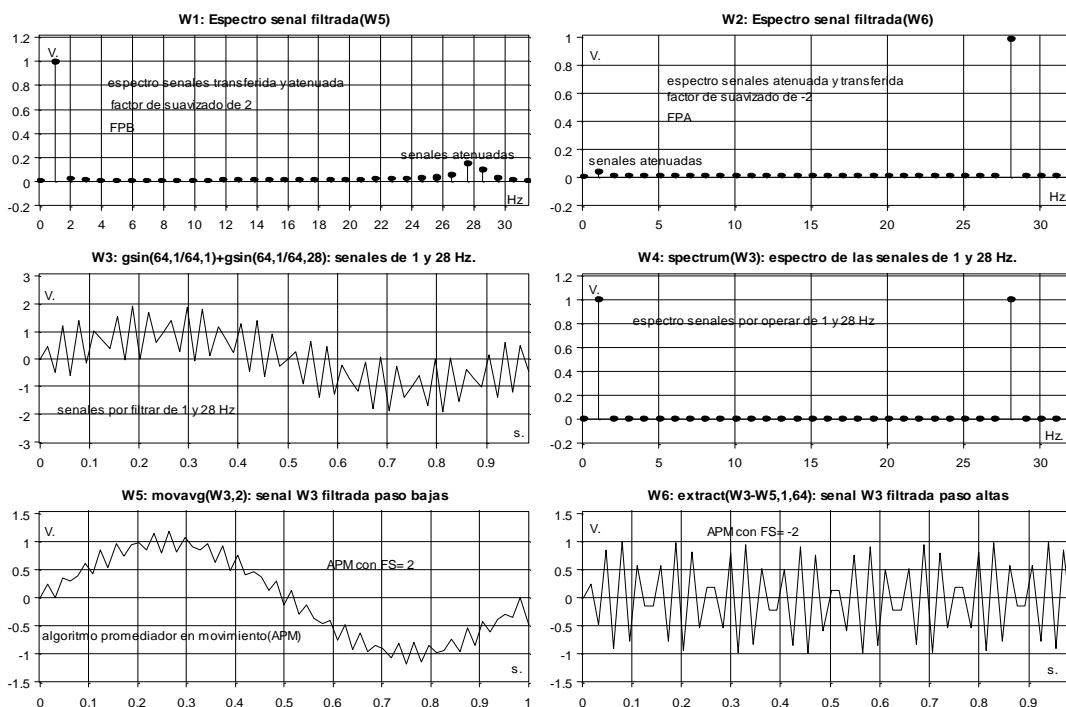
mayor o igual a dos, la señal promediada  $y(n)$  se obtiene de la siguiente manera (10):

$$y(n) = \frac{x(n) + x(n+1) + \dots + x(n+FS-1)}{FS} \quad \text{Ec. (10)}$$

$n= 1, 2, \dots, N$

Se observa que con un factor de suavizado mayor (11), existe un mejor suavizado de la señal de información, i.e., la atenuación de las frecuencias se hace más selectiva. Condición por verificar y cumplir en la selección del factor de suavizado para evitar pérdida de información al momento de utilizar este algoritmo en el dominio del tiempo. Para evitar distorsionar la señal el FS debe cumplir:

$$2 \leq FS \leq F_m/F_{sc} - 1. \quad \text{Ec. (11)}$$



**Figura 8.** Aplicación de la técnica de promediación en movimiento, o FIR básico de Fourier, según el programa DADISP2. En las W3 y W4, se presentan las señales senoidales generadas y sumadas de 1 y 28 Hz y su espectro, respectivamente. En las W5 y W1, se muestran la acción del filtro paso bajas, producida por un factor de suavizado de 2, y su espectro, respectivamente. En las W6 y W2, se presentan la aplicación del filtro paso altas, con un factor de suavizado de -2, y su espectro, respectivamente. Los resultados de los filtrajes en movimiento paso bajas y altas se muestran en los espectros de las W1 y W2, respectivamente (ordenadas: Voltios, abscisas: segundos y Hertz).

#### 4. Reflexiones sobre los resultados y recomendaciones.

La integración de circuitos e instrumentos electrónicos para analizar, sintetizar y controlar señales de laboratorios de prueba académicos e industriales requiere de un tratamiento profesional de las señales, tanto para su digitalización como para su analogización que debe utilizar filtros de antitraslape y de suavizado, en los canales de entrada y salida, respectivamente, para que estos resulten casi transparentes a las señales de interés y que, por lo tanto, las funciones y técnicas mencionadas en el estudio puedan hacer su trabajo correctamente.

Como se sabe de Lyons, 1997 [21] y de Oppenheim y Schaffer, 1989 [32], la transformada discreta de Fourier es una correlación entre las señales de análisis (i.e., aquellas generadas internamente) y las medidas (i.e., las que contienen los datos); cuando son idénticas, la correlación es uno y se sintetiza a una sola armónica de salida (i.e., a un bin), y cuando no lo son, la función es cero y no excita armónica de salida alguna. Cuando la señal medida es incoherente (i.e., cuando presenta al menos un período incompleto) se sintetizan varias armónicas de salida, o bins vecinos, y se pierde precisión (i.e., se tiene fuga espectral) [19]. Es claro que si la señal medida es real la transformada presentará circularidad y una frecuencia de doblez, por lo que solo la mitad de las muestras resultan ser independientes, el resto es una imagen.

Los ejemplos en el estudio constatan que son varias las funciones y técnicas básicas disponibles que pueden ser seleccionadas. De inicio, se propone la función de correlación [2, 3, 33] como la medular, ya que la utilizan las funciones: cepstrum, de respuesta a la frecuencia, de análisis de coherencia, de análisis tiempo-frecuencia y la transformada corta de Fourier. Respecto a

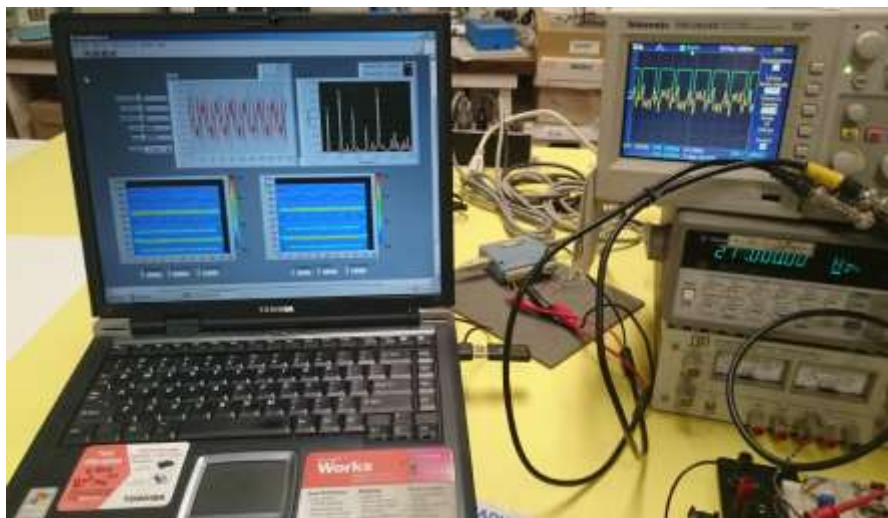
las técnicas promediadoras, la función de correlación también se utiliza por la de promediación lineal y la TPM.

Reflexionando sobre los resultados de los ejemplos descritos, se observa que la función de correlación [36] puede utilizarse eficientemente para recuperar señales ahogadas en ruido caótico y obtener retardos relativos, como lo indica la ventana W9, de la figura 1, y la ventana W8, de la figura 2, respectivamente. También, se describe la función cepstrum que ayuda a obtener retardos relativos entre señales, con mejor precisión que la función de correlación, y se observa su sensibilidad baja a cambios en las formas de onda como lo muestra la ventana W7, de la figura 2, y las ventanas W5 y W6, de la figura 3, respectivamente. Por otro lado, la función de análisis de coherencia señala su utilidad calificando la calidad de la función de respuesta a la frecuencia del filtro paso bajas mencionado y detectando perturbaciones que no pertenecen a la señal de excitación sino a la salida, como se indica en las ventanas W4 y W6, de la figura 4, y la función de análisis de tiempo-frecuencia que ayuda a detectar los instantes de presentación de un par de impulsos, en un ambiente ruidoso y con un tono de información de 32 Hz, en las ventanas W1, W7 y W9, de la figura 5, respectivamente, y los movimientos de conmutación de las armónicas de 100 y 400 Hz en función del tiempo como lo indican las ventanas inferiores de los espectrogramas, con resoluciones de 10 y 30 muestras/ventana, de la figura 6, respectivamente. Finalmente, las técnicas de promediación lineal en el tiempo y las de promediación en movimiento tipo FIR básico presentan resultados de mejoras en la TS/R y en el proceso de filtrado y recuperación de la frecuencia de información de 32 Hz (i.e., con un promedio de 6 tramas) mostrada en la ventana W7, de la figura 7, y

en las ventanas W1 y W2 la recuperación de las frecuencias de 1 y 28 Hz (i.e., con un FS de 2), de la figura 8, respectivamente.

El estudio realizado cubre, de manera práctica, algunos intereses de instruidos, de ingenieros de prueba, de académicos, entre otros, y brinda la oportunidad de incorporarlo para cerrar el ciclo de enseñanza en los cursos de señales y sistemas, de procesamiento digital de señales, por mencionar algunos [10]; se

piensa que con este tipo de fundamentos se puede dar la competencia mínima necesaria a los interesados para instrumentar el mantenimiento predictivo [16, 18, 25, 29, 37], o para parametrizar modelos físico-matemáticos por controlar, entre otros. En la figura 9, se presenta un laboratorio de pruebas académico realizado con el LabVIEW7 y el adquisidor/generador de señales PMD1208LS para estudiar la sincronización por pulsos de circuitos caóticos desacoplados [15, 22, 28, 37].



**Figura 9**, Laboratorio de pruebas académico con LabVIEW7 y adquisidor/generador de señales PMD1208LS, analizando en tiempo-real la sincronización por pulsos de circuitos caóticos desacoplados.

El estudio presente fue validado favorablemente por un grupo de instruidos en el curso institucional de aplicaciones en instrumentación del análisis digital de señales (Núñez, 2015). Por otro lado, se planifica incorporar funciones y técnicas avanzadas para tesis de maestría y/o doctorado, en instrumentación y control, e ingenieros analistas de vibración, de aplicación de vibraciones caóticas mejoradoras de procesos, y desarrolladores de analizadores de vibración, entre otros. Las por incorporar son el filtraje adaptable y el análisis tiempo-frecuencia adaptable, entre otras.

## 5. Conclusiones.

La versión actual del estudio complementario presenta una muestra de la utilidad práctica de algunas funciones y técnicas básicas consideradas para el análisis y síntesis digital de señales; con ésta se trata de cerrar el ciclo de enseñanza y de fomentar la instrucción por proyecto para posgraduados, ingenieros de prueba, académicos, entre otros. Al final de cuentas el mencionado estudio no es nada menos que un resumen, de fundamentos y aplicaciones, del curso de aplicaciones en instrumentación del análisis digital de señales, -que se ofrece en el posgrado de electrónica y telecomunicaciones (instrumentación y control) del Centro [30]-, y el cual persigue

que el instruido integre instrumentos electrónicos, programas profesionales y módulos adquiredores/generadores de señales para el análisis, síntesis y control digital de señales de laboratorios de pruebas académicos e industriales.

Con estas acciones y aplicando los fundamentos sobre las funciones y técnicas básicas del estudio complementario propuesto, se piensa que el interesado puede lograr la competencia mínima necesaria para instrumentar el mantenimiento predictivo y la ingeniería de pruebas, o la caracterización paramétrica de modelos físico-matemáticos por controlar, entre otras actividades profesionales. El estudio presente fue validado favorablemente por un grupo de instruidos en el curso institucional ya mencionado [30]. En vista de esto, se piensa proponer, como material de refuerzo, en los cursos de señales y sistemas y de procesamiento digital de señales [10].

Por otro lado, es importante incorporar, al estudio realizado, algunas funciones y técnicas avanzadas de análisis y síntesis digital de señales para fomentar su utilización por tesis de posgrado, en instrumentación y control, y por ingenieros analistas de vibraciones, de aplicación de vibraciones caóticas para mejorar procesos, de desarrollo de analizadores de vibración, por mencionar algunos. Las funciones por incorporar son: la de filtraje adaptable, la de análisis tiempo-frecuencia adaptable, entre otras.

## 6. Agradecimientos.

Se agradece al CONACYT por apoyar económicamente el presente trabajo a través del proyecto 631298, dirigido por el Dr. J. Álvarez G. y apoyado por el Dr. J. Peña R.

## 7. Bibliografía.

- [1] Beck, D., Extraction of press vibration sources using time synchronous averaging, AN02, CSI, 1990.
- [2] Bendat, J. y Piersol, A., Engineering applications of correlation and spectrum, W&S, N.Y., 1980.
- [3] Bendat, J.S. y Piersol, A.G., Random data: analysis and measurements procedures, W&S, N.Y., 1986.
- [4] Braun, S., Mechanical signature analysis: theory and applications, cap. 6.5, p. 151-162, Academic Press., 1986.
- [5] Brigham, E.O., The Fast Fourier Transform, 2<sup>nd</sup>, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1988.
- [6] Bruel & Kjaer Instruments, Digital signal analysis, using digital filters and FFT techniques, technical review, 1985.
- [7] Bruel & Kjaer Instruments, Technical review, a quarterly publication on 1973 to 1987, 1987.
- [8] Boashash, B., Time-frequency signal analysis: methods and applications. Longman Cheshire-Wiley, Mel., N.Y., 1992.
- [9] Cardona, O., Análisis tiempo-frecuencia de señales de vibraciones mecánicas para la detección de fallos en máquinas rotatorias, T.M., FIA, U. N. de Colombia, 2011.
- [10] Cicese, “Posgrado en electrónica y telecomunicaciones”, DET-DFA, CICESE, [www.cicese.com](http://www.cicese.com), México, B.C., 2015.
- [11] Chen, V. y Ling, H., Time-frequency transforms for radar imaging and signal analysis, Artech House Press., 2002.
- [12] Childres, D.G., Skinner, D.F. y Kemerait, R.C., The cepstrum: a guide to processing, Procs. IEEE, 65(10), oct. 1977.



- [13] Cooley, J. y Tukey, J., An algorithm for the machine computation of complex Fourier series, *M&C*, 19: 297-301, 1965.
- [14] Djurovic', I., y Stankovic', Lj., A virtual instrument for time-frequency analysis, *IEEE Tran. On I&M*, 48(6), Dec., 1999.
- [15] Dsp, Inc., The Dadisp V2002 worksheet, data analysis and display software, user manual, 2002.
- [16] Félix, R., Análisis de firmas espectrales de vibración en maquinaria rotatoria, T.M., CICESE, 1992.
- [17] Gniewek, M. T., A closer look at the advanced CODAS moving average algorithm, AN14, Dataq Instrums., Inc., 1991.
- [18] Goldman, S., Vibration spectrum analysis: an approach, ISBN 0-8311-3027-X, Ind. P., inc., 1991.
- [19] Harris, F.J., On the use of windows for harmonic analysis with DFT, *Proc. IEEE*, 1, 66: 51-83, 1978.
- [20] Hewlett & Packard, Inc., Dynamic signal analyzer applications, AN-243-0/1, 1983a y b.
- [21] Lyons, R., Understanding digital signal processing, 1<sup>rd</sup> ed., Addison-Webley, 1997.
- [22] National Instruments, Inc., LabVIEW7, manual de usuario, 2007.
- [23] Neuvo, Y., Dong, C.Y., y Mitra, S.K., Interpolated finite impulse response filters, *IEEE Trans. On*
- [24] *Acoust. Speech and Signal Proc.*, vol. ASSP-32, pp. 563-70, June, 1984.
- [25] Núñez, R., Sistema monitor de vibraciones para mantenimiento de maquinaria, *Rev. de ingeniería*, UNAM, LX(1), 1990.
- [26] Núñez, R., Obtención eficiente de espectros basada en un algoritmo de ventana ajustable, *RMF*, 53(1): 20-30p., 2007.
- [27] Núñez, R., Spectrum richness as determinant of chaotic synchronization, *IEEE Latin America Trans.*, 7(5), 507-13, 2009.
- [28] Núñez, R., Sincronización atípica de múltiples circuitos caóticos desacoplados y su aplicación en encriptamiento, *Revista Ingeniería, Investigación y Tecnología*, XIII (4), 489-502, 2012.
- [29] Núñez, R., La tendencia del factor de cresta ayuda a detectar eventos nacientes: circuito electrónico, programas y aplicaciones a señales de diversos campos, *Revista Ingeniería, Investigación y Tecnología*, XV (1), 63-81, 2014.
- [30] Núñez, R., Aplicas. en instrumentación del análisis digital de señales, curso: **ET631**, CICESE, 2015.
- [31] Nuttall, A.H., Some windows with good sidelobe behavior, *IEEE Trans. ASSP*, 29, no. 1, feb., 1981.
- [32] Oppenheim, A.V. y Schafer, R.W., *Discrete-time signal processing*, Pr.-Hall, ISBN013216292, 1989.
- [33] Oppenheim, A.V. y Schafer, R.W., From frequency to quefreny: a cepstrum history, *SPM-IEEE*, 21(5), 95-106, 2004.
- [34] Randall, R.B., *Cepstrum analysis*, ed. 2, Bruel & Kjaer, AN233-80, 1980.
- [35] Roney, B., y Panerai, D., *The measurement, instrumentation and handbook; spectrum analysis*, CRC, 83(1)-(15), 1999.
- [36] Tipton, R., All about correlation, *Circuit Cellar*, issue 117, 58-62, april, 2000.
- [37] Wright, Ch., *Applied measurement engineering: how to design effective mechanical measurems. systs.*, N.J.: P-H, 1995.