



Revista Internacional de Investigación e Innovación Tecnológica

Página principal: www.riit.com.mx

Modelo matemático para estimar el coeficiente de dispersión asociado al tamaño de partícula para el diseño de sedimentadores primarios para el tratamiento de aguas residuales industriales

Mathematical model for estimate the dispersion coefficient associated with particle size in the design of primary settlers for the treatment of industrial wastewater

Martínez-González, G.M.^{a*}, Ramos-Corral, J.M.^a, Barrera-Calva, E.^c, Jiménez-Islas, H.^b, López-González, M.L.^b

^a Departamento de Ingeniería Química; Tecnológico Nacional de México en Celaya; C.P. 38010, Celaya, Guanajuato, México.

^b Departamento de Ingeniería Bioquímica; Tecnológico Nacional de México en Celaya; C.P. 38010, Celaya, Guanajuato, México.

^c Ingeniería de Procesos e Hidráulica, Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa. C.P. 09340 CDMX, México. gloriam@iqcelaya.itc.mx*; jesus.mario.ramos.corral@gmail.com; ebc@xanum.uam.mx; hugo.jimenez@itcelaya.edu.mx; luz_lo_glez@hotmail.com

Innovación tecnológica: Modelación matemática de sedimentadores primarios.

Área de aplicación industrial: Tratamiento de aguas residuales industriales.

Recibido: 16 noviembre 2021

Aceptado: 07 junio 2022

Abstract

Wastewater settlers are widely used in primary and secondary treatments. This work experimented in a settler for industrial wastewater prepared with earth with a particle size of 0.1 mm and 0.05 mm, the total suspended solids (TSS) were determined with the Mexican Standard NMX-AA-034-SCFI-2015, at various times and different heights of the sedimentation column. It was modeled using Stokes' law for the calculation of particle velocity and Fick's law with boundary conditions, solving the equation via fourth-order Runge-Kutta numerical method together with estimation of parameters via least squares, to know the coefficient of dispersion D_E , obtaining a dispersion coefficient of 0.00799998 m²/s for 0.1 mm and 0.00150000 m²/s for 0.05 mm and with the dispersion coefficient the sedimentation profile of the TSS was obtained. Subsequently, a settler

was designed for industrial wastewater, with a flow rate of 1235,865 m³/day and with a total suspended solids removal efficiency of up to 70%. The parameters that were analyzed to know the performance of the primary settler were: area, diameter, volume, and effective depth of the primary settler. We found that the coefficient of dispersion increases with increasing particle size, decreasing the dimensions of the settler. In the case of a smaller particle size, the dispersion coefficient decreases and the dimensions of the primary settler increase. The TSS data reported in industrial wastewater treatment literature were modeled, obtaining the dispersion coefficient and the primary settlers were designed, finding very similar results of the design parameters obtained by the authors. Therefore, the primary settler design method based on the proposed model is reported as a technological innovation that can be applied in industries for the treatment of their industrial wastewater, removing possible visual errors of the traditional design.

Keywords: Design, modelling, primary settlers, wastewater.

Resumen

Los sedimentadores de aguas residuales son muy utilizados en los tratamientos primarios y secundarios. En este trabajo se experimentó en un sedimentador para aguas residuales industriales preparadas con tierra con un tamaño de partícula de 0.1 mm y 0.05 mm, se determinaron los sólidos suspendidos totales (SST) con la Norma Mexicana NMX-AA-034-SCFI-2015, a varios tiempos y diferentes alturas de la columna de sedimentación. Se modeló usando la ley de Stokes para el cálculo de la velocidad de las partículas y la ley de Fick con las condiciones de frontera, resolviendo la ecuación con el método numérico de Runge-Kutta de cuarto orden y con estimación de parámetros por medio de mínimos cuadrados, para conocer el coeficiente de dispersión D_E , obteniéndose un coeficiente de dispersión de 0.00799998 m²/s para 0.1 mm y de 0.00150000 m²/s para 0.05 mm y con el coeficiente de dispersión se obtuvo el perfil de sedimentación de los SST. Posteriormente, se diseñó un sedimentador para aguas residuales industriales, con un caudal de 1235.865 m³/día y con una eficiencia de remoción de sólidos suspendidos totales hasta del 70%. Los parámetros que se analizaron para conocer el desempeño del sedimentador primario fueron: área, diámetro, volumen y profundidad efectiva del sedimentador primario. Se encontró que el coeficiente de dispersión se incrementa al aumentar el tamaño de partícula, disminuyendo las dimensiones del sedimentador. En el caso de un tamaño de partícula menor, el coeficiente de dispersión disminuye y las dimensiones del sedimentador primario aumentan. Se modelaron los datos de SST reportados en literatura de tratamiento de aguas residuales industriales, obteniendo el coeficiente de dispersión y se diseñaron los sedimentadores primarios, encontrando resultados muy similares de los parámetros de diseño obtenidos por los autores. Por lo tanto, se reporta el método de diseño de sedimentadores primarios basado en el modelo propuesto como una innovación tecnológica que puede aplicarse en las industrias para el tratamiento de sus aguas residuales industriales, eliminando posibles errores visuales del diseño tradicional.

Palabras clave: Agua residual, diseño, modelamiento, sedimentador primario.

1. Introducción

En un proceso de descontaminación del agua son necesarios diferentes tratamientos, uno de los más importantes es el tratamiento primario, usando tanques donde se asientan las partículas sólidas suspendidas en el fondo por el efecto de la gravedad obteniendo un efluente claro.

Actualmente los estudios sobre modelación matemática de sedimentadores a partir de la ley de Stokes para la sedimentación de partículas en tanques de sedimentación primaria en plantas pilotos, tienen resultados de perfiles de velocidad, patrones de flujo y concentraciones de influente y efluente de sólidos suspendidos [1,2]. Un sedimentador es modelado con la concentración de diferentes tipos de partículas que muestran diferentes velocidades de sedimentación [3] dentro de la cámara de sedimentación entre todas las fuerzas que actúan sobre una partícula en movimiento, las más significativas son la fuerza de la gravedad y la fuerza de la resistencia viscosa [4]. El perfil de concentración puede explicarse haciendo uso de dinámica computacional de fluidos, en el cual es necesario realizar estudios experimentales [5,6].

Se han obtenido diferentes modelos para predecir el fenómeno de sedimentación realizando ecuaciones diferenciales, el modelo se puede aplicar para explicar los procesos de sedimentación de partículas finas en líquidos [7,8].

Debido al uso del CFD (dinámica computacional de fluidos), actualmente se ha producido un rápido desarrollo en el diseño y la optimización de los tanques de sedimentación. centrándose en los principales factores que afectan su hidrodinámica: corriente de densidad, configuración de entrada y salida, estructuras deflectoras, viento y un tipo especial de tanque de

decantación llamado sedimentador de placa inclinada (IPS), cuyo diseño puede ser promisorio para los numerosos tanques de decantación antiguos que existen actualmente. Algunas desventajas del uso de CFD son: el software CFD es generalmente costoso, que se deben poseer conocimientos avanzados de fenómenos de transporte y se requiere de computadoras de gama alta [9].

La simulación numérica de procesos de sedimentación tiene alcance en el diseño de tanques de flotación-sedimentación aérea, en el que se ha usado CFD en la simulación, obteniendo trayectorias de partículas y una serie de curvas que exploran la relación entre el tamaño de partícula, la densidad de partículas y la tasa de eliminación. Se encontró que el modelado numérico del nuevo tanque de flotación-sedimentación refleja correctamente las leyes de la sedimentación de partículas y se puede utilizar en investigaciones adicionales sobre la optimización de nuevos diseños de tanques de flotación-sedimentación [10].

Otros autores han propuesto diseños eficientes de tanques de sedimentación primaria en los cuales se propone un método híbrido basado en la metodología de superficie de respuesta, metaheurística eficiente y métodos de construcción de escenarios utilizando diferentes métodos experimentales para eliminar la desventaja de las técnicas existentes. La sedimentación de partículas sólidas es un procedimiento complejo en plantas de tratamiento de agua y aguas residuales. Por lo tanto, existe un gran interés en aplicar y desarrollar diferentes métodos de simulación y optimización para diseñar tanques de sedimentación primaria Este novedoso marco crea un diseño robusto y sostenible para los sedimentadores primarios y una mejora del proceso y de eficiencia del tanque, están ajustados y optimizados por la metodología de diseño de composición central y superficie de

respuesta. Para pronosticar un valor de respuesta eficiente para estos escenarios, se aplican diferentes algoritmos metaheurísticos, incluidos el algoritmo genético (GA), el algoritmo de búsqueda de patrones (PSA) [11].

La eficiencia de remoción de sólidos suspendidos totales en los tanques de sedimentación primaria es de 50 a 70% y se ve afectada por una serie de factores como son: las diferentes corrientes de convección y de densidad causadas por la temperatura del agua a lo largo del tanque [12]. Un modelo matemático para realizar la estimación de los sólidos suspendidos totales se basa en los datos obtenidos en la medición de presión dentro del sedimentador y en los cambios de los sólidos suspendidos totales durante la sedimentación [13]. Cuando se estudia experimentalmente el comportamiento de un proceso o un fenómeno, es importante tener en cuenta la media y varianza (o desviación estándar). Se debe decidir si los tratamientos son iguales estadísticamente en cuanto a sus medias, frente a la alternativa de que al menos dos de ellos son diferentes. El objetivo del análisis de varianza es probar la hipótesis de igualdad de los tratamientos con respecto a la media de la correspondiente variable de respuesta. Un método más conservador para comparar pares de medias de tratamientos es el *método de Tukey*, el cual consiste en comparar las diferencias entre medias de muestras [14].

Con base en lo anterior, el objetivo del proyecto de investigación es obtener un modelo matemático para calcular el coeficiente de dispersión que permita predecir el perfil de concentración de los sólidos suspendidos totales experimentales, observando el efecto del tamaño de partícula en los parámetros de diseño de un sedimentador primario para aguas residuales industriales. Esta investigación aportará un modelo matemático que permitirá un mejor

diseño de sedimentadores primarios que el que se obtiene con la metodología clásica reportada en literatura de tratamiento de aguas residuales, ya que al modelar no se requieren hacer lecturas de gráficas que pueden provocar errores de diseño (Ramírez [15], Eckenfelder [16] y Martínez-González [17]).

2. Metodología

2.1. Metodología experimental

Para llevar a cabo la experimentación se preparó la tierra, moliendo y tamizando hasta obtener el tamaño de partículas de las mallas Tyler de números: 150, 200, 300 y 400; se seleccionó la tierra que pasó a través del número de malla de 150 y fue retenida en la malla 200 y del número de malla de 300 reteniendo la tierra en la malla 400. Los números de malla 150 y 300 son equivalentes a los tamaños de partícula de 0.1 mm y 0.05 mm. Se determinó la prueba de sólidos sedimentables con el cono Imhoff norma NMX-AA-004-SCFI-2013 [18] con los dos tamaños de partículas obtenidos por malleo, posteriormente se diseñó y se construyó una columna de sedimentación de geometría cilíndrica con dimensiones de 1.8 m de altura y 0.1524 m de diámetro con válvulas para muestreo a cada 0.30 m de altura, se agregaron a la columna 1200 g de tierra y 50 litros de agua y se agitó con aire comprimido por dos minutos, teniendo una concentración inicial de 24 g/L. Se recolectaron muestras de 50 mL al mismo tiempo, en los cinco puntos de muestreo de la columna separados cada 0.3 m, a los 5, 15, 30, 45, 60 y 90 minutos, a las muestras se les determinaron los sólidos suspendidos totales (SST) como indica la norma NMX-AA-034-SCFI-2015 [19].

2.2. Descripción del modelo matemático

Se consideró un flujo de agua dentro de una columna cilíndrica de sedimentación, el cual contiene partículas macroscópicas de igual tamaño que se dispersan a través del líquido,

las partículas fluyen verticalmente hacia abajo a través de la columna hasta alcanzar el fondo de ésta. La concentración es constante a través de una misma sección transversal horizontal de la columna, es decir, la concentración no varía en las direcciones x e y ; por lo que la concentración es función solamente de la altura z y el tiempo: $C_A = C_A(z, t)$. Se establece que dentro de la columna no se produce reacción química. La concentración de sólidos al tiempo inicial

cero para cualquier altura de la columna es la concentración inicial C_{A0} . También se considera que en la parte superior de la columna para un tiempo mayor a cero la concentración de sólidos C_A es cero en z igual a L . Debido a que la parte inferior de la columna se encuentra cerrada se considera que la densidad de flujo de sólidos es cero en z igual a cero. Para el modelamiento se consideran coordenadas cartesianas con los sentidos mostrados en la Figura 1.

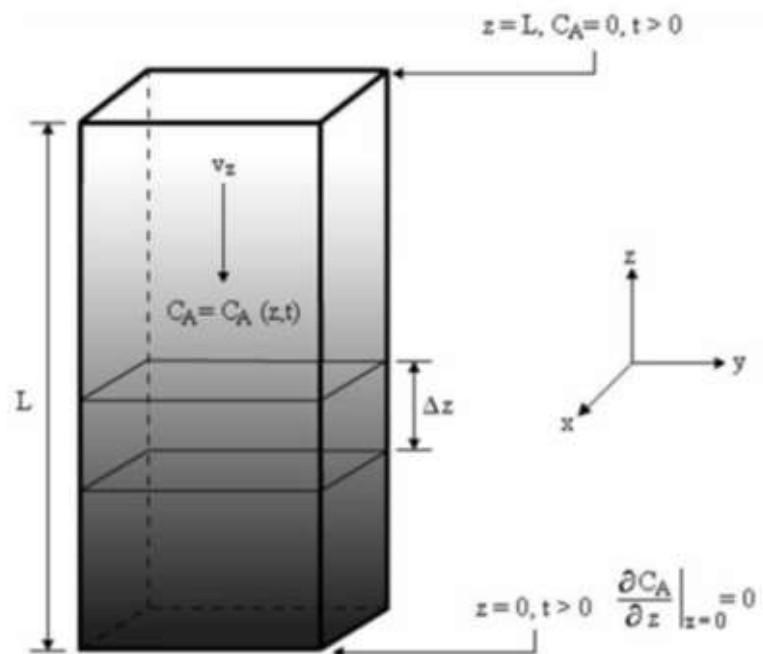


Figura 1. Condiciones iniciales y de frontera en la columna de sedimentación.

Se realizó un balance de masa sobre un elemento diferencial con base en la ley de Fick y con la ley de Stokes se calculó la velocidad de las partículas para modelar la macro dispersión longitudinal, considerando que el coeficiente de dispersión D_E es constante y que engloba los efectos de turbulencia causados por las partículas y la gravedad, obteniendo la ecuación de continuidad para el componente A de una mezcla binaria [20].

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + (v \cdot \nabla C_A) = D_E \nabla^2 C_A + R_A \quad (\text{Ec. 1})$$

Con las condiciones y suposiciones mencionadas anteriormente la ecuación 1 se simplifica obteniéndose la ecuación 2:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D_E \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} - v_z \frac{\partial C_A}{\partial z} \quad (\text{Ec. 2})$$

Teniendo en cuenta las condiciones siguientes:

Condición inicial:

$$C_A(z, 0) = C_{A0}, \text{ a } t = 0, \quad 0 < z < L \quad (\text{Ec. 3})$$

Condición de frontera 1:

$$\frac{\partial C_A}{\partial z} = 0, \quad t > 0, \quad z = 0 \quad (\text{Ec. 4})$$

Condición de frontera 2:

$$C_A(L, t) = 0, \quad t > 0, \quad z = L \quad (\text{Ec. 5})$$

Para resolver la ecuación 2 se tiene en cuenta que C_A es la concentración de sólidos suspendidos totales, z es la posición, v_z es la velocidad de sedimentación, D_E es el coeficiente de dispersión y t es el tiempo. Lo primero que se calculó fue la velocidad de sedimentación v_z , con la Ley de Stokes con la ecuación 6:

$$v_z = \frac{g(\rho_s - \rho_L)d^2}{18\mu} \quad (\text{Ec. 6})$$

Para el cálculo se necesitaron los valores de ρ_s , ρ_L , d y μ_L . El valor de la densidad de los sólidos, ρ_s , se puede considerar como 2.650 kg/m³ que es el valor de la densidad de la arena típica [21], para ρ_L y μ_L se considera la densidad y la viscosidad dinámica del agua a 20 °C, 1000 kg/m³ y 0.001014 kg/m s respectivamente. Por último, para el diámetro de las partículas d , se considera el valor de los tamaños de partículas de 0.0001 m (0.1 mm) y 0.00005 m (0.05 mm). Después se calcula el número de Reynolds para cada tamaño de partícula con la ecuación 7:

$$Re = \left| \frac{dv_z \rho_L}{\mu_L} \right| \quad (\text{Ec. 7})$$

En la ecuación 8 si el número de Reynolds es menor o igual a 2 se puede asegurar que la

velocidad v_z calculada es correcta usando la ley de Stokes.

$$Re = \left| \frac{dv_z \rho_L}{\mu_L} \right| \leq 2 \quad (\text{Ec. 8})$$

2.3. Procedimiento para la solución del modelo matemático por Runge-Kutta de cuarto orden.

$$T = \frac{t}{\text{tiempo total}} \quad (\text{Ec. 9})$$

$$w_A = \frac{C_{AL} - C_A}{C_{AL} - C_{A0}} \quad (\text{Ec. 10})$$

$$Z = \frac{z}{L} \quad (\text{Ec. 11})$$

Las variables t , C_A y z se adimensionalizan de la manera siguiente:

Considerando el modelo propuesto en la ecuación 2, se sustituyeron las nuevas variables adimensionalizadas y se obtuvo:

$$\frac{\partial w_A}{\partial T} = \frac{D_E t_{\text{tot}}}{L^2} \frac{\partial^2 w_A}{\partial Z^2} - \frac{v_z t_{\text{tot}}}{L} \frac{\partial w_A}{\partial Z} \quad (\text{Ec. 12})$$

Las condiciones de frontera e inicial se adimensionalizan de igual manera con las variables propuestas, para la condición de frontera 1 en $z = 0$ y $\frac{\partial C_A}{\partial z} = 0$; adimensionalizando se obtienen:

$$\frac{\partial w_A}{\partial Z} = 0 \text{ en } Z = 0 \quad (\text{Ec. 13})$$

Para la segunda condición de frontera $C_A(L, t) = 0$ en $z = L$, queda:

$$w_A = 0 \text{ en } Z = 1 \quad (\text{Ec. 14})$$

La condición inicial $C_A(z, 0) = C_{A0}$ es modificada por:

$$w_A = 1 \text{ en } T = 0 \quad (\text{Ec. 15})$$

Se integró en el tiempo la ecuación 12 con la condición inicial de la ecuación 15 y las condiciones de frontera de las ecuaciones 13 y 14 y sustituyendo los SST obtenidos experimentalmente, usando diferencias finitas. Los sistemas de ecuaciones se resolvieron por el método de Runge-Kutta de cuarto orden. Para calcular el coeficiente de dispersión D_E se realizó una estimación de parámetros para lo que se hizo una aproximación inicial, posteriormente se solucionaron las ecuaciones por medio de programación en Visual Basic y con la utilización de la herramienta Solver en Excel aplicando el método GRG no lineal que modifica el coeficiente de dispersión para que sea el parámetro que minimice la suma del error cuadrado entre el dato experimental y el obtenido por modelamiento. La ecuación 16 fue utilizada para calcular los mínimos cuadrados.

$$\min J(\theta) = \min \sum_{i=1}^N (y_i - y'_i(\theta))^2 \quad (\text{Ec. 16})$$

Al cumplirse la igualdad de la ecuación 16 se obtuvo el coeficiente de dispersión D_E calculando las concentraciones de los SST por modelación matemática con la ecuación 12 y se calculó W_A , a T y Z dados y con las ecuaciones 9,10 y 11 se calculan el tiempo t, la concentración de SST y la altura en la columna z.

Se realizaron tres réplicas para cada tamaño de partículas de 0.1 mm y 0.05 mm. En el modelo matemático se utilizó el promedio de las tres réplicas de cada tamaño de partícula. Se realizó una comparación con el método Tukey para el tamaño de partícula de 0.1 mm y de 0.05 mm, de un solo factor y basándose en la hipótesis nula H_0 : la media de las tres réplicas de los SST no varía con 95% de confiabilidad y la hipótesis alterna H_a : En al

menos una de las tres réplicas la media de los SST es diferente y el nivel de significancia de $\alpha = 0.05$. Para realizar el análisis con el software MINITAB 17, se tomaron cada réplica como: 1, 2, 3. Esto se realiza con el fin de saber si hay una diferencia significativa en las tres réplicas para conocer si los datos experimentales son confiables.

2.4. Diseño del sedimentador

Para realizar el diseño del tanque de sedimentación primaria se calculó la fracción de sólidos remanentes x_R de todo el perfil de sedimentación con la ecuación 17 donde SST, es la concentración de los sólidos suspendidos totales obtenidos por modelamiento con el coeficiente de dispersión calculado y SST0 es la concentración inicial de los sólidos suspendidos totales:

$$x_R = \frac{SST}{SST0} \quad (\text{Ec. 17})$$

Los datos de x_R se ordenaron conforme a la profundidad de la columna de sedimentación h , de mayor a menor puesto que para modelar los sólidos suspendidos totales el número de nodos en la malla se ordenan de menor a mayor, como la profundidad de la columna de sedimentación, después se calculó la profundidad adimensional h/H para obtener la fracción de remoción total a un tiempo dado que se puede calcular con la ecuación 18:

$$X_{RT} = (1 - x_{R0}) + \int_0^{x_{R0}} \frac{h}{H} dx_R \quad (\text{Ec. 18})$$

Donde X_{RT} es la fracción total de sólidos suspendidos totales removidos a cierto tiempo y x_{R0} es la fracción de sólidos que permanecen en la parte más profunda del sedimentador, cuando $h = H$, a un tiempo dado.

La altura h se dividió en intervalos iguales para calcular la integral mediante el complemento de la integral $\int_0^{x_{R0}} \frac{h}{H} dx_R$ de la ecuación 18 y restándole la misma al área

$$X_{RT} = (1 - x_{R0}) + \int_0^{x_{R0}} \frac{h}{H} dx_R = (1 - x_{R0}) + A_T - \int_0^1 x_R d \frac{h}{H} \quad (\text{Ec. 19})$$

Se calculó la ecuación empezando por $(1-x_{R0})$, que es la fracción de sólidos removidos, después se calculó A_T que es el área total de la integral con la ecuación 20:

$$A_T = x_{R0}(1) \quad (\text{Ec. 20})$$

Para el cálculo de la integral definida se aplicó, el método numérico de la regla de Simpson de 3/8 compuesta cuya ecuación es:

$$\int_0^1 x_R d \frac{h}{H} = \int f(x) dx = \frac{3h}{8} [f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + 2f(x_3) + f(x_n)] \quad (\text{Ec. 21})$$

Donde:

$$h = \frac{a - b}{n} \quad (\text{Ec. 22})$$

a y b son los límites de la integral y n el número intervalos iguales hasta llegar la altura de la columna de sedimentación, en este caso n es igual a 36 intervalos. Se realizó la solución numérica para la integral de la ecuación 19, obteniendo los resultados de la fracción total X_{RT} de los SST removidos en cualquier tiempo, calculando para los tiempos de experimentación: 300 segundos, 900

segundos, 1800 segundos, 2700 segundos, 3600 segundos y 5400 segundos.

Se realizó el ajuste de los datos de la fracción total de sólidos suspendidos totales removidos X_{RT} con la ecuación 23:

$$X_{RT} = \frac{t}{(a + bt)} \quad (\text{Ec. 23})$$

Este ajuste se hizo con la herramienta Solver en la hoja de Excel la cual minimiza el valor de los parámetros a y b , usando mínimos cuadrados cambiando la ecuación 16 a la siguiente ecuación:

$$\min J = \left(\frac{t}{(a + bt)} - (1 - x_{R0}) + A_T - \int_0^1 x_R d \frac{h}{H} \right)^2 \quad (\text{Ec. 24})$$

Se calculó la carga superficial con la ecuación 25 donde H es la altura del sedimentador, t el tiempo y f es un factor de conversión de unidades con valor igual a $86400 \text{ m}^3 \text{ m}^{-2} \text{ día}^{-1} / \text{m s}^{-1}$ [17].

$$q_s = \frac{H}{t} f \quad (\text{Ec. 25})$$

Se graficó la carga superficial de la ecuación 25 contra los valores de X_{RT} ajustada de la ecuación 23 en el tiempo en el que se trabajó el modelo matemático, al obtener la curva que representa a cierto valor de X_{RT} el valor de la q_s , posteriormente se realizó una regresión la cual fue exponencial como la ecuación 26 y polinomial como en la ecuación 27, a partir de la regresión se obtuvieron dos ecuaciones que representan el mejor comportamiento de la curva en relación con la ecuación 25.

$$q_s = c e^{-dX_{RT}} \quad (\text{Ec. 26})$$

$$q_s = cX_{RT}^n + dX_{RT}^{n-1} + \dots \quad (\text{Ec. 27})$$

Con las ecuaciones 26 y 27 se calculó la carga superficial de la curva para un valor de sólidos suspendidos totales removidos a un cierto tiempo.

Con la carga superficial, se diseñó el sedimentador conociendo un caudal de aguas residuales a sedimentar y la fracción de remoción deseada, se multiplicó el tiempo por un factor de seguridad con la ecuación 28 [17].

$$t_r = 1.75t \quad (\text{Ec. 28})$$

La carga superficial se dividió entre un factor de seguridad como se ve en la ecuación 29:

$$q_r = \frac{q_s}{1.5} \quad (\text{Ec. 29})$$

Posteriormente se calculó el área superficial con la ecuación 30:

$$A_s = \frac{Q}{q_r} \quad (\text{Ec. 30})$$

Donde Q es el flujo del agua residual a tratar. Se realizó el diseño para un tanque de sedimentación cilíndrico calculando el valor del diámetro D_s con la ecuación 31:

$$D_s = \sqrt{\frac{4 A_s}{\pi}} \quad (\text{Ec. 31})$$

El volumen del tanque V_s es calculado por la ecuación 32:

$$V_s = Q t_r \quad (\text{Ec. 32})$$

La profundidad efectiva para construir el tanque se calculó mediante la ecuación 33:

$$h_c = \frac{V_s}{A_s} = \frac{Q t_r}{A_s} \quad (\text{Ec. 33})$$

Se tomaron los datos experimentales de SST en el diseño de sedimentadores primarios de Ramírez [15], Eckenfelder [16] y Martínez-González [17] y se calcularon los coeficientes de dispersión modelando los SST y aplicando de las ecuaciones 17 a 33. Se diseñaron los sedimentadores primarios para aguas residuales industriales.

3. Resultados y discusión

3.1. Resultados

Los resultados del cono Imhoff de sólidos sedimentables fueron de 39 mL/L y de 38 mL/L para los tamaños de partícula de 0.1 mm y 0.05 mm respectivamente en un tiempo

de 60 minutos. La velocidad de sedimentación para la partícula de 0.1 mm fue de 0.008859 m/s y para la partícula de 0.05 mm fue de 0.002214 m/s. El número de Reynolds para la partícula de 0.1 mm fue de 0.87369853 y para la partícula de 0.05 mm fue de 0.10921232, cumpliendo con la condición de la ecuación 8 para calcular v_z con la ley de Stokes.

Al resolver la ecuación 12 con sus condiciones de frontera e inicial, el coeficiente de dispersión D_E para un tamaño

de partícula de 0.1 mm fue de 0.00799998 m^2/s y para un tamaño de partícula de 0.05 mm el D_E fue 0.00150000 m^2/s . En la Tabla 1 se muestran las concentraciones de los sólidos suspendidos totales experimentales a diferentes tiempos y alturas de la columna a un tamaño de 0.1 mm y en la Tabla 2 la concentración de sólidos suspendidos totales modelados a un tamaño de 0.1 mm. En las Tablas 3 y 4 se muestran los SST experimentales y modelados respectivamente para 0.05 mm.

Tabla 1. Promedio de concentraciones de los sólidos suspendidos totales (kg/m^3) experimentales de tamaño de 0.1 mm de la partícula.

Tiempo s	Altura m					
	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8
0	24.00000	24.00000	24.00000	24.00000	24.00000	24.00000
300	7.88667	6.95667	4.99333	4.37333	4.03667	0.00000
900	4.11333	3.92667	3.19667	2.58000	1.84000	0.00000
1800	2.38000	2.41000	1.70333	1.45333	1.23000	0.00000
2700	1.99000	1.78333	1.58667	1.35000	1.19333	0.00000
3600	1.67333	1.43333	1.42000	1.03000	1.08000	0.00000
5400	1.25000	1.45333	0.98333	0.97000	0.82667	0.00000

Tabla 2. Resultados de la modelación matemática de concentraciones de los sólidos suspendidos totales (kg/m^3) de tamaño de 0.1 mm de la partícula.

Tiempo s	Altura m					
	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8
0	24.00000	24.00000	24.00000	24.00000	24.00000	24.00000
300	11.47815	10.29236	8.40514	5.94436	3.07742	0.00000
900	1.73215	1.55300	1.26803	0.89663	0.46413	0.00000
1800	0.10156	0.09106	0.07435	0.05257	0.02721	0.00000
2700	0.00599	0.00537	0.00439	0.00310	0.00160	0.00000
3600	0.00039	0.00035	0.00029	0.00020	0.00010	0.00000
5400	0.00004	0.00004	0.00003	0.00002	0.00001	0.00000

Tabla 3. Promedio de concentraciones de los sólidos suspendidos totales (kg/m^3) experimentales de tamaño de 0.05 mm de la partícula.

Tiempo s	Altura m					
	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8
0	24.00000	24.00000	24.00000	24.00000	24.00000	24.00000
300	15.52333	15.45667	10.98000	11.34333	6.34667	0.00000
900	10.91000	9.74667	7.79333	5.03667	3.65000	0.00000
1800	6.60667	4.96333	3.50667	2.51333	1.55667	0.00000
2700	3.49667	3.34000	1.82000	1.88000	1.20667	0.00000
3600	2.16000	1.75667	1.45667	1.26333	1.04000	0.00000
5400	2.40333	1.35333	1.22333	1.30333	0.93667	0.00000

Tabla 4. Resultados de la modelación matemática de concentraciones de los sólidos suspendidos totales (kg/m^3) de tamaño de 0.05 mm.

	Altura m					
Tiempo s	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8
0	24.00000	24.00000	24.00000	24.00000	24.00000	24.00000
300	21.35506	19.57092	16.45713	11.97793	6.33052	0.00000
900	11.93440	10.70200	8.74025	6.18178	3.20049	0.00000
1800	4.82566	4.32658	3.53265	2.49796	1.29304	0.00000
2700	1.95093	1.74916	1.42819	1.00988	0.52275	0.00000
3600	0.78892	0.70732	0.57753	0.40838	0.21139	0.00000
5400	0.12901	0.11567	0.09445	0.06678	0.03457	0.00000

En las Figuras 2 y 3 se muestra la fracción de los sólidos suspendidos totales contra el tiempo, la primera corresponde al tamaño de partícula de 0.1 mm y la segunda al tamaño de partícula de 0.05 mm. Los puntos indican

los datos experimentales y cada color a que altura de la columna fueron tomados, mientras las curvas continuas son los datos calculados mediante el modelo matemático.

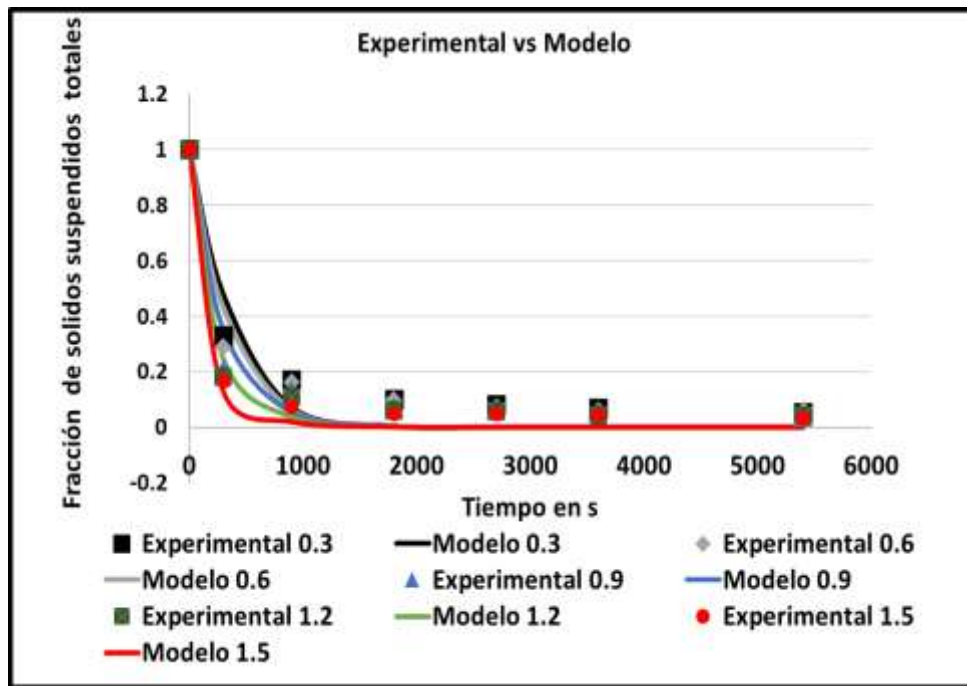


Figura 2. Resultados de la modelación matemática *versus* resultados experimentales a diferentes alturas para un tamaño de partícula de 0.1 mm.

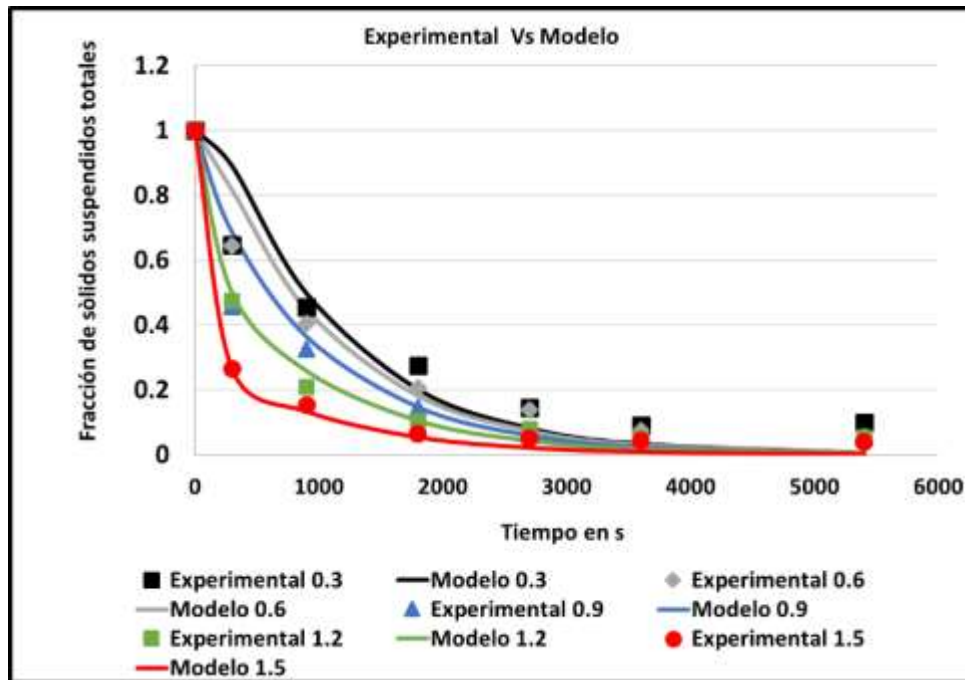


Figura 3. Resultados del modelo matemático *versus* resultados experimentales a diferentes alturas para un tamaño de partícula de 0.05 mm.

Para el diseño del sedimentador se tomó el perfil de sedimentación obtenido con el modelo resuelto por el método numérico de Runge-Kutta de cuarto orden con una malla de 37 nodos para los tamaños de partículas de 0.1 mm y 0.05 mm, para el cálculo de los SST, en la ecuación 34 se muestra el resultado de los parámetros a y b de la X_{RT} ajustada de la ecuación 23 con un tamaño de partícula de 0.1 mm. En la ecuación 35 se muestra el resultado de los parámetros a y b de la X_{RT} ajustada de la ecuación 23 con un tamaño de partícula de 0.05 mm.

$$X_{RT} = \frac{t}{498.185403 + 0.88972753t} \quad (\text{Ec. 35})$$

Posteriormente se realizó el cálculo de la carga superficial para todo tiempo con la ecuación 25. En la Figura 4 se muestra la curva de la carga superficial contra la X_{RT} ajustada y la de regresión polinomial que representa la ecuación de la curva para el tamaño de partícula de 0.1 mm. La ecuación 36 representa el mejor ajuste del comportamiento de la curva.

$$X_{RT} = \frac{t}{126.917837 + 0.95406606t} \quad (\text{Ec. 34})$$

$$q_s = 5090.4X_{RT}^2 - 10161X_{RT} - 5132.8 \quad (\text{Ec. 36})$$

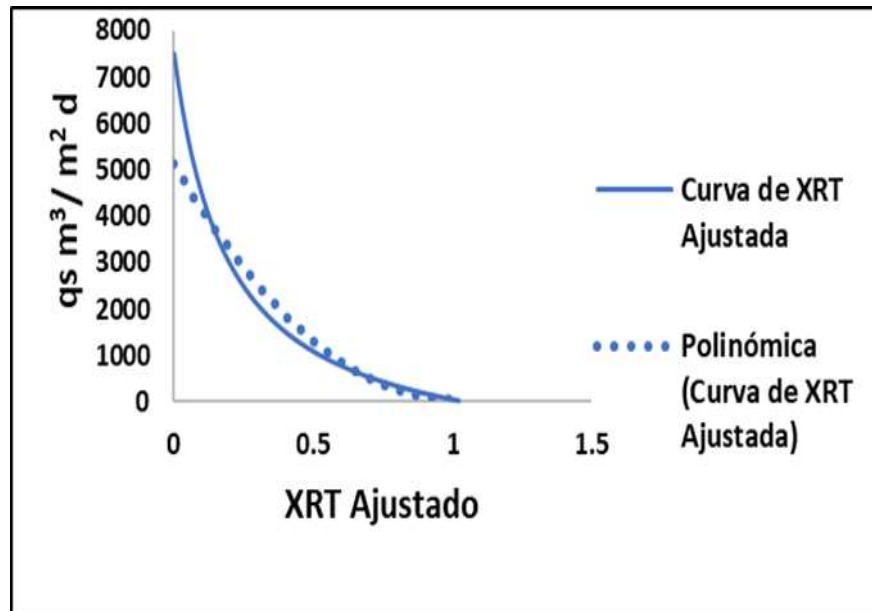


Figura 4. Regresión polinomial para la carga superficial en función de las fracciones de remociones totales a un tamaño de partícula de 0.1 mm.

En la Figura 5 se muestra la regresión exponencial de la gráfica de carga superficial contra la fracción de remoción total para un tamaño de partícula de 0.05 mm y la ecuación 37 representa el comportamiento de la curva.

$$q_s = 3191.1e^{-4.409X_{RT}} \quad (\text{Ec. 37})$$

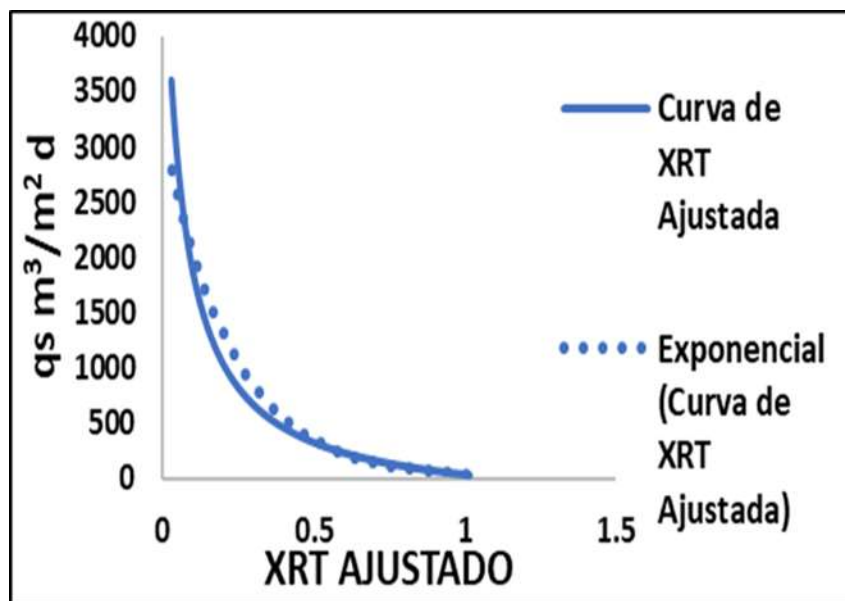


Figura 5. Regresión exponencial para la carga superficial en función de las fracciones de remociones totales a un tamaño de partícula de 0.05 mm.

Con las ecuaciones 36 y 37, se calculó la carga superficial con un X_{RT} requerido de 0.7

y con un caudal de 1235.86 m³/día. Se diseñó el sedimentador usando de la ecuación 28 a la

ecuación 33 y en la tabla 5 se muestran los parámetros calculados de diseño del

sedimentador primario para aguas residuales industriales.

Tabla 5. Resultados del diseño de un sedimentador para un tamaño de partícula de 0.1 m y 0.05 mm.

Parámetro	Valor	Valor	Unidades
Tamaño de partícula	0.05	0.10	mm.
Caudal	1235.86	1235.86	m ³ /día
XRT	0.70	0.70	
t retención	924.69	267.62	s
Carga Superficial	145.73	514.39	m ³ /m ² dia
t retención con factor de seguridad	1619.21	468.34	s
Carga Superficial con factor de seguridad	97.15	342.93	m ³ /m ² dia
Área de sedimentación	12.71	3.60	m ²
Diámetro del tanque	4.04	2.14	m
Volumen del tanque	23.14	6.69	m ³
Profundidad Efectiva	1.81	1.85	m

Se aplicó el modelo matemático, a los datos experimentales reportados por Ramírez [15], Eckenfelder [16] y Martínez-González [17], obteniendo un coeficiente de dispersión para cada caso, usando los tamaños de partícula de 0.1 mm y 0.05 mm.

Para los datos experimentales reportados por Ramírez [15], se obtuvo el coeficiente de dispersión para un tamaño de partícula de 0.1mm y de 0.05 mm de 0.00028 m²/s. Para los datos de Eckenfelder [16] y Martínez-González [17], los resultados del coeficiente de dispersión D_E fueron de 0.000295 m²/s y 0.000097 m²/s respectivamente para un tamaño de partícula de 0.1mm y el coeficiente

de dispersión de 0.00030 m²/s y 0.000095 m²/s para el tamaño de partícula de 0.05 mm. En la Figura 6 se muestran los resultados experimentales de los SST y los SST obtenidos por modelación matemática de Ramírez [15] para un tamaño de partícula de 0.1 mm, en la Figura 7 se muestran los SST para un tamaño de 0.05 mm. En las Figuras 8 y 9 se muestran las gráficas de los resultados experimentales de SST y los SST obtenidos por modelación matemática de Eckenfelder [16] para ambos tamaños de partículas, de igual manera en las Figuras 10 y 11 se muestran los resultados experimentales de SST y los SST obtenidos en la modelación matemática de Martínez-González [17].

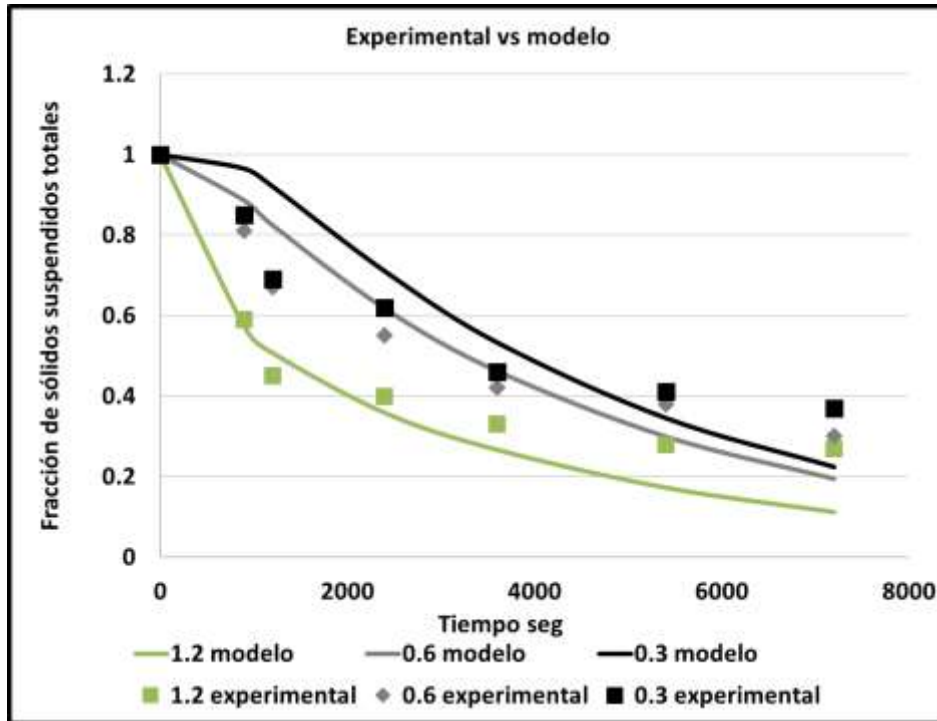


Figura 6. Resultados del modelo matemático *versus* resultados experimentales de Ramírez [15] a diferentes alturas para un tamaño de partícula de 0.1 mm.

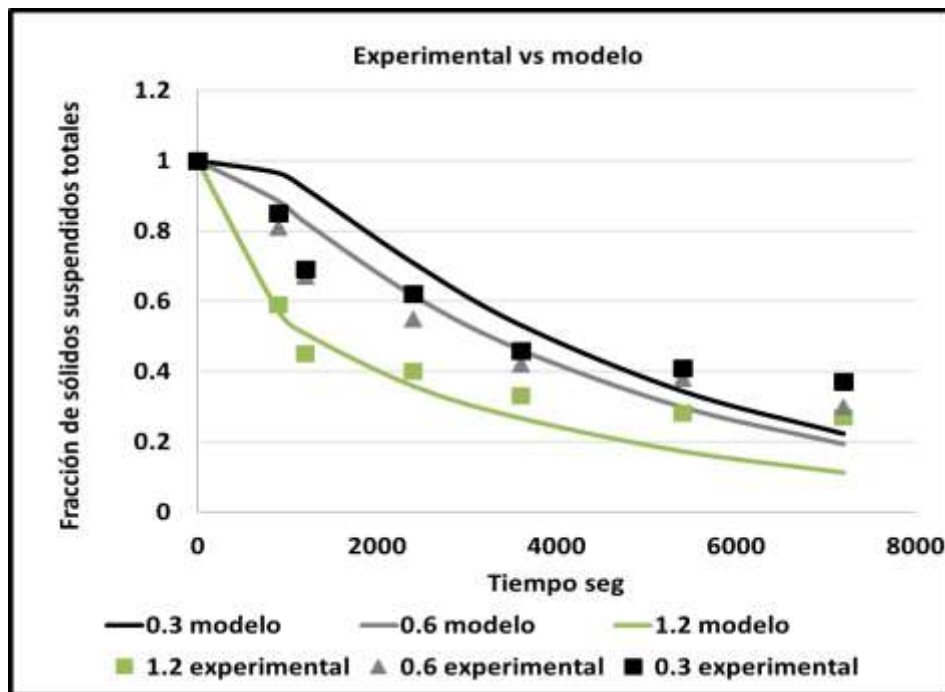


Figura 7. Resultados del modelo matemático *versus* resultados experimentales de Ramírez [15] a diferentes alturas para un tamaño de partícula de 0.05 mm.

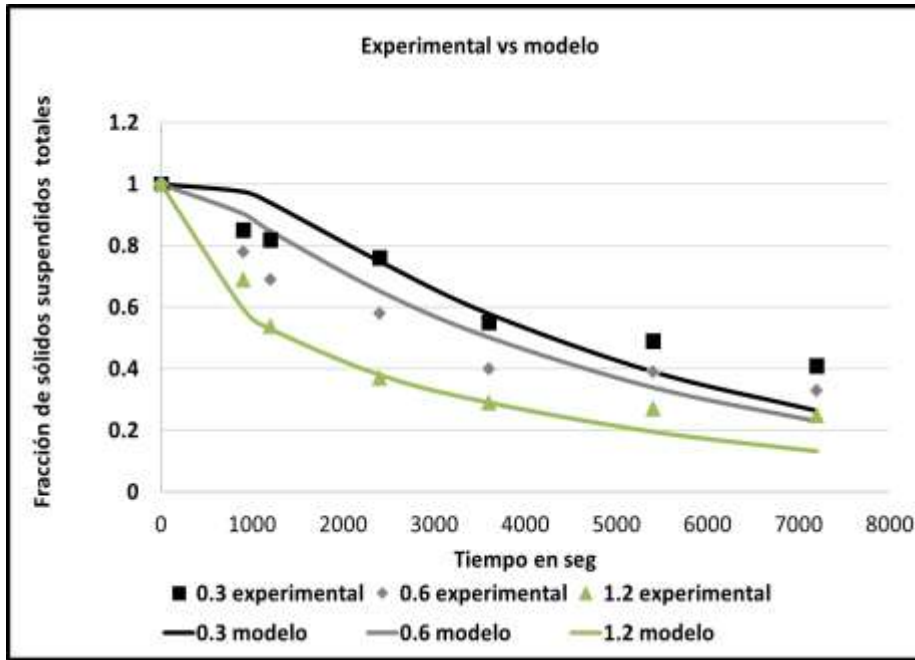


Figura 8. Resultados del modelo matemático *versus* resultados experimentales de Eckenfelder [16] a diferentes alturas para un tamaño de partícula de 0.1 mm.

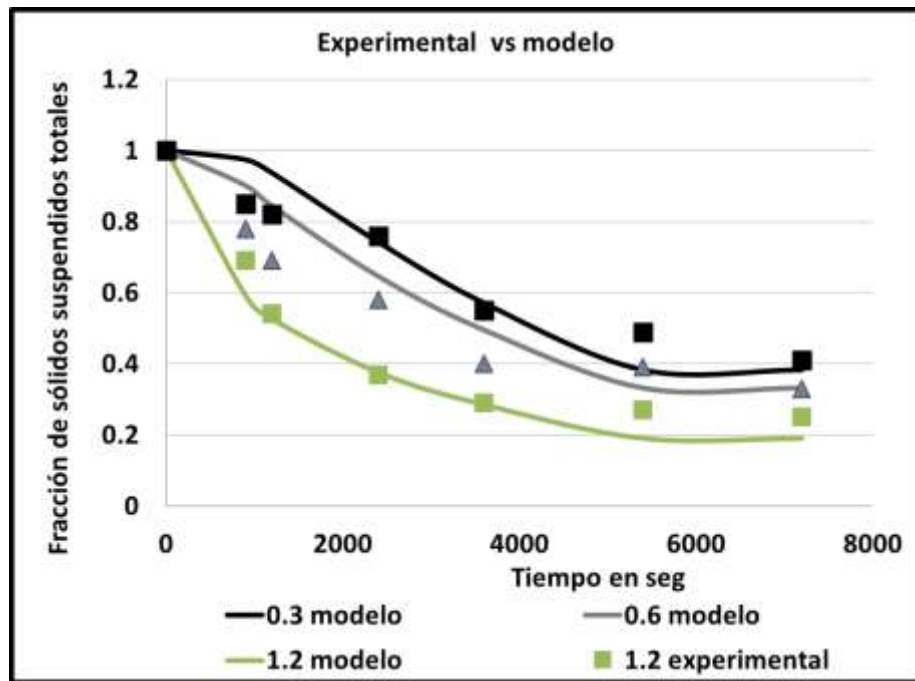


Figura 9. Gráfica de resultados del modelo matemático *versus* resultados experimentales de Eckenfelder [16] a diferentes alturas para un tamaño de partícula de 0.05 mm.

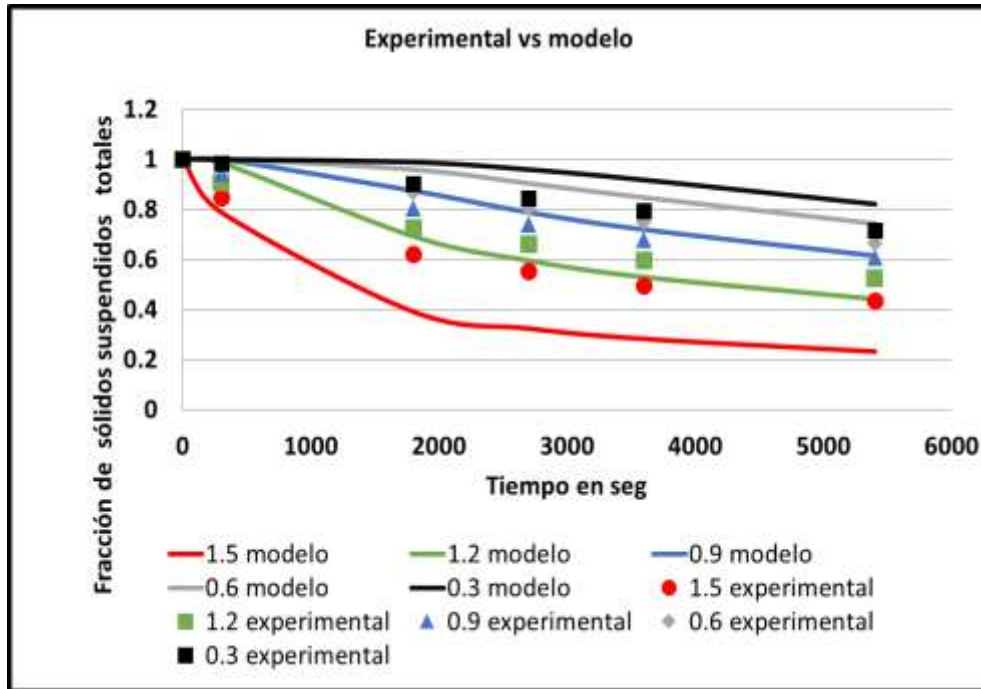


Figura 10. Gráfica de resultados del modelo matemático *versus* resultados experimentales de Martínez-González [17] a diferentes alturas para un tamaño de partícula de 0.1 mm.

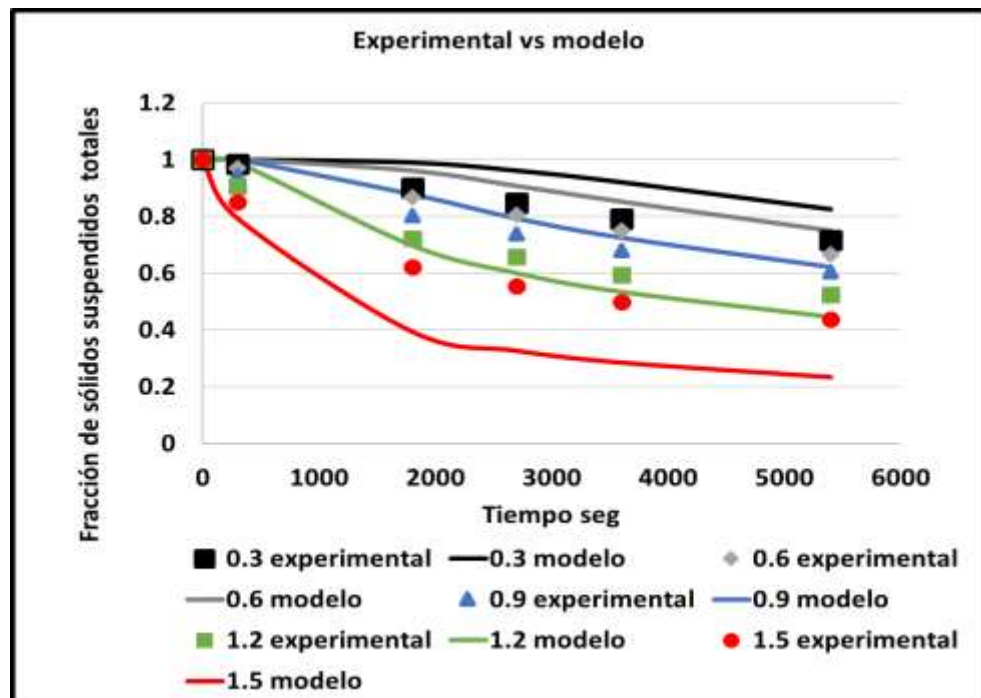


Figura 11. Gráfica de resultados del modelo matemático *versus* resultados experimentales de Martínez-González [17] a diferentes alturas para un tamaño de partícula de 0.05 mm.

En las Tablas 6 y 7 se muestran las comparaciones de los parámetros de diseño

reportados contra los obtenidos por modelación matemática.

Tabla 6. Comparación entre resultados de parámetros de diseño reportados en literatura con obtenidos usando el modelo matemático propuesto a un tamaño de partícula de 0.1 mm.

Parámetro	Ramírez [15]		Eckenfelder [16]		Martínez-González [17]		Unidades
	Reportado	Calculado	Reportado	Calculado	Reportado	Calculado	
Caudal	7570.82	7570.82	3785.41	3785.41	1235.86	1235.86	m ³ /día
XRT	0.66	0.66	0.72	0.72	0.45	0.42	
t retención	3000.00	4092.00	6171.43	5441.04	4625.18	4979.23	s
Carga Superficial	48.89	36.43	25.72	27.38	26.01	28.80	m ³ /m ² dia
t retención con factor de seguridad	5250.00	7162.00	10800.00	9521.00	8094.07	8713.65	s
Carga Superficial con factor de seguridad	32.59	24.28	14.70	18.20	17.34	19.20	m ³ /m ² dia
Área de sedimentación	232.25	311.71	258.00	207.00	47.50	64.34	m ²
Diámetro del tanque	17.19	19.92	18.12	16.24	7.77	9.05	m
Volumen del tanque	460.03	627.63	473.17	417.17	115.77	124.64	m ³
Profundidad Efectiva	1.98	2.01	1.83	2.01	2.43	1.93	m

Tabla 7. Comparación entre resultados de parámetros de diseño reportados en literatura con obtenidos usando el modelo matemático propuesto a un tamaño de partícula de 0.05 mm.

Parámetro	Ramírez [15]		Eckenfelder [16]		Martínez-González [17]		Unidades
	Reportado	Calculado	Reportado	Calculado	Reportado	Calculado	
Caudal	7570.82	7570.82	3785.41	3785.41	1235.86	1235.86	m ³ /día
XRT	0.66	0.66	0.72	0.72	0.45	0.42	
t retención	3000.00	4092.00	6171.43	5296.32	4625.18	5126.32	s
Carga Superficial	48.89	36.43	25.72	27.11	26.01	27.57	m ³ /m ² dia
t retención con factor de seguridad	5250.00	7162.00	10800.00	9268.00	8094.07	8971.07	s
Carga Superficial con factor de seguridad	32.59	24.28	14.70	18.00	17.34	18.38	m ³ /m ² dia
Área de sedimentación	232.25	311.71	258.00	209.00	47.50	67.23	m ²
Diámetro del tanque	17.19	19.92	18.12	16.32	7.77	9.25	m
Volumen del tanque	460.03	627.63	473.17	406.07	115.77	128.32	m ³
Profundidad Efectiva	1.98	2.01	1.83	1.93	2.43	1.90	m

En las Tablas 8 y 9 se realizó una comparación de medias de los datos

obtenidos experimentalmente para cada tamaño de partículas.

Tabla 8. Comparación de medias de SST a un tamaño de partícula de 0.1 mm.

Factor	N	Media	Agrupación
2	30	2.73	A
1	30	2.42	A
3	30	2.14	A

Tabla 9. Comparación de medias de SST a un tamaño de partícula de 0.05 mm.

Factor	N	Media	Agrupación
3	30	5.24	A
1	30	5.05	A
2	30	3.96	A

3.2 Discusión

Como se muestra en la Figura 2, los SST experimentales se sedimentan más rápidamente en los primeros 1000 segundos para partículas de 0.1 mm. y en la Figura 3 los SST experimentales y los calculados por modelamiento muestran una tendencia muy parecida y se sedimentan a mayor tiempo para partículas de 0.05 mm. A mayor tamaño de partícula se sedimentan las partículas a mayor velocidad que las partículas más pequeñas. Se observa que a menor tamaño de partícula el modelo matemático representa mejor los resultados experimentales de SST.

En las Figuras 4 y 5 se muestra que la ecuación polinomial representa mejor el ajuste de la carga superficial en función de la fracción de remoción total X_{RT} para un tamaño de partícula de 0.1 mm. y la regresión exponencial tiene una buena aproximación en el diseño del sedimentador para las partículas de 0.05 mm.

En los resultados del análisis estadístico que consistió en una prueba de medias de SST. Se propuso igualdad de varianzas para el análisis. En la Tabla 8 se muestran las comparaciones de medias a un tamaño de partícula de 0.1 mm. El análisis estadístico de ANOVA de un solo factor, el valor de p es de 0.4854 y menor que el valor de F de 0.7288,

y mayor que alfa de 0.05 y con el método de Tukey, las letras de la agrupación de las medias no cambian por lo que se acepta la hipótesis nula, mostrando que no hay diferencias significativas en las medias aceptando la hipótesis nula en los resultados de cada una de las réplicas experimentales para el tamaño de partícula de 0.1 mm. En la Tabla 9 para el tamaño de partícula de 0.05 mm el valor de p que es de 0.5060 y menor al valor de F que es de 0.6900 y mayor que alfa de 0.05 y con el método de Tukey las letras de la agrupación de las medias de los SST no cambian, por lo tanto, se acepta la hipótesis nula, mostrando que no hay diferencias significativas, en las medias aceptando la hipótesis nula en los resultados de cada una de las réplicas experimentales. Por lo que se tiene la certeza que los datos experimentales obtenidos de cada tamaño de partícula son confiables.

De acuerdo a los resultados de las Figuras 6, 7, 8, 9, 10 y 11 es posible predecir mediante modelamiento los SST experimentales en los sedimentadores primarios para aguas residuales industriales reportados por otros autores, suponiendo el tamaño de partícula de 0.1 mm y de 0.05 mm. Inclusive en los parámetros de diseño, se obtiene una profundidad muy similar a la reportada por el autor con el tamaño de partícula de 0.05 mm.

En sedimentadores primarios para aguas residuales industriales y el modelamiento nos permite obtener las Tablas 6 y 7 de otros autores, donde se puede apreciar que los parámetros de diseño obtenidos experimentalmente y por modelamiento, área, diámetro, volumen y profundidad son del mismo orden. Se recomienda tomar el diámetro promedio de los SST para su utilización en el modelo.

Se encontró que, a mayor tamaño de partícula, el tiempo de retención es menor y las dimensiones de sedimentadores para

aguas residuales industriales son menores con respecto a las dimensiones de sedimentadores de partículas de menor tamaño, donde el área de sedimentación, diámetro del tanque y volumen del tanque son mayores. La profundidad efectiva es muy similar, porque se utilizó la misma columna de sedimentación para la experimentación. Al comparar en las Tablas 6 y 7, se encuentra que los resultados reportados en la literatura exhiben concordancia con los calculados con el modelo matemático propuesto, corroborando que la aplicación del modelamiento permite diseñar sedimentadores primarios para el tratamiento de aguas residuales industriales, obteniéndose resultados similares a los métodos tradicionales de diseño de sedimentadores, encontrando que el modelo matemático propuesto rinde resultados confiables.

En el caso de Eckenfelder el coeficiente de dispersión es diferente para 0.1 mm y 0.05mm, en las Figuras 8 y 9 se observa la fracción de SST de datos experimentales *versus* los obtenidos en la solución del modelo matemático propuesto. Por otro lado, se observa que hay una mejor convergencia de los datos experimentales y teóricos en la Figura 9 para un tamaño de 0.05 mm.

4. Conclusiones

Con el modelo matemático con base en la analogía de la ley de Fick, se desarrolló el modelado de los sólidos suspendidos totales de una columna de sedimentación primaria, siendo posible calcular el coeficiente de dispersión D_E con el método numérico de Runge-Kutta de cuarto orden y con el uso de los sólidos suspendidos totales determinados experimentalmente. Aplicando mínimos cuadrados, se encontró que el coeficiente de dispersión aumentará al incrementar el tamaño de partícula. Los parámetros de diseño del sedimentador como: área de sedimentación, diámetro del tanque y

volumen del tanque tienden a ser menores a mayor tamaño de partícula, debido a que las partículas se sedimentan más rápidamente y para sedimentar partículas de menor tamaño se requiere mayor tiempo y mayores dimensiones en el diseño del sedimentador.

Se aplicó el modelo de la ley de Fick para el cálculo del coeficiente de dispersión usando la ley de Stokes para calcular la velocidad. Para aplicar la ley de Stokes; debe cumplirse que el número de Reynolds sea menor o igual que 2, por lo que este modelo se podrá aplicar para partículas menores o iguales a 0.16 mm.

Se lograron modelar los SST hasta un 66% de remoción con los datos de Ramírez [15], 72% con los datos de Eckenfelder [16] y 42% con los datos de Martínez-González [17], obteniendo resultados similares a los reportados por los autores en el diseño de sedimentadores primarios para aguas residuales industriales. Para poder utilizar el modelo propuesto en el diseño de sedimentadores primarios para el tratamiento de aguas residuales industriales, se requiere conocer el diámetro promedio de las partículas contenidas en el agua a tratar.

Finalmente, se considera que el método de diseño de sedimentadores primarios basado en el modelo propuesto es una innovación tecnológica que puede aplicarse en las industrias para el tratamiento de sus aguas residuales industriales, eliminando posibles errores visuales inherentes en el diseño tradicional, con la ventaja de que no requiere conocimientos avanzados de dinámica de fluidos ni hardware de gama alta necesarios en el uso de software CFD.

5. Agradecimientos

Tecnológico Nacional de México (TecNM) por el apoyo económico para el desarrollo del proyecto No. 6414.18-P.

6. Nomenclatura

A	=	Parámetro adimensional	
A_S	=	Área del tanque de sedimentación	m^2
B	=	Parámetro adimensional	
C	=	Parámetro adimensional	
C_A	=	Concentración de sólidos suspendidos totales	kg/m^3
C_{A0}	=	Concentración de sólidos suspendidos totales a un tiempo inicial	kg/m^3
C_{AL}	=	Concentración de sólidos suspendidos totales a una altura L	kg/m^3
d	=	Diámetro del tamaño de partícula	mm
D_E	=	Coefficiente de dispersión	m^2/s
D_S	=	Diámetro del tanque de sedimentación	m
f	=	Factor de conversión de unidades de longitud sobre tiempo en unidades de volumen sobre área y tiempo	$86400 m^3 m^{-2} dia^{-1} / m s^{-1}$
g	=	Aceleración de la gravedad	m/s^2
H	=	Profundidad total del tanque de sedimentación	m
h	=	Intervalo de profundidades	m
H_a	=	Hipótesis alterna	
h_c	=	Profundidad efectiva del tanque de sedimentación	m
H_0	=	Hipótesis nula	
L	=	Parámetro adimensional	
$minJ$	=	Mínimos cuadrados	
N	=	Número de datos	
N	=	Parámetro adimensional	
Q	=	Flujo de agua residual	$m^3/día$
q_r	=	Carga superficial dividida entre factor de seguridad	$m^3/m^2 * día$
q_s	=	Carga superficial	$m^3/m^2 * día$
R_A	=	Término de reacción química	
Re	=	Número de Reynolds	
SST	=	Sólidos Suspendidos Totales	
$SST0$	=	Sólidos Suspendidos Totales Iniciales	
t	=	Tiempo	s
T	=	Tiempo adimensional	
t_r	=	Tiempo de retención	s
t_{tot}	=	Tiempo Total	
V_S	=	Volumen del tanque de sedimentación	m^3
v_z	=	Velocidad de sedimentación de la ley de Stokes	m/s
w_A	=	Concentración de sólidos suspendidos totales adimensional	
X	=	Coordenada cartesiana	m
x_R	=	Fracción de remanentes en suspensión de sólidos suspendidos totales	
X_{RT}	=	Fracción de remoción de sólidos suspendidos totales	
Y	=	Coordenada cartesiana	m
y_i	=	Datos experimentales de Sólidos Suspendidos Totales	
y'_i	=	Datos del modelo matemático de Sólidos Suspendidos Totales.	

z	=	Coordenada cartesiana	m
Z	=	Parámetro Adimensional	
α	=	Factor de confiabilidad	
π	=	Número Pi equivale a 3.1416	
μ_L	=	Viscosidad dinámica del líquido	kg/m s
ρ_L	=	Densidad del líquido	kg/m ³
ρ_S	=	Densidad de la partícula	kg/m ³

7. Referencias

- [1] Patziger Miklos and Kiss Katalin. "Analysis of suspended solids transport processes in primary settling tanks". *Water Science & Technology*. Volume 72(1), 2015, 1-9.
<https://doi.org/10.2166/wst.2015.168>
- [2] Patel, Nita; Ruparelia, Jayesh; Barve, Jayesh. "Experimental and simulation study of rectangular and circular primary clarifier for wastewater treatment". *Environmental Technology & Innovation*. Volume 23, 2021.
[https:// DOI10.1016/j.eti.2021.101610](https://DOI10.1016/j.eti.2021.101610)
- [3] Bachis Giulia, Maruéjols Thibaud, Tik Sovanna, Amerlinck Youri, Melcer Henryk, Nopens Ingmar, Lessard Paul and Vanrolleghem Peter A. "Modelling and characterization of primary settlers in view of whole plant and resource recovery modelling". *Water Science & Technology*., Volume 72(12), 2015, 2251-2261.
<https://doi.org/10.2166/wst.2015.455>
- [4] Akhmetov Vadim K. "Mathematical Modeling of Particle Deposition in Hydraulic Settler". *Procedia Engineering*. Volume 153, 2016, 2-7.
<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.072>
- [5] Elham Ramin, Dorotya S. Wågner, Lars Yde, Philip J. Binning, Michael R. Rasmussen, Peter Steen Mikkelsen, Benedek Gy, Plòsz. "A new settling velocity model to describe secondary sedimentation". *Water Research*. Volume 66, 2014, 447-458.
<https://doi.org/10.1016/j.watres.2014.08.034>
- [6] Griborio, A. G.; Rodriguez, J. A.; Enriquez, L.; McCorquodale, J. A. "Use of three-dimensional computational fluid dynamics model for a new configuration of circular primary settling tank". *Water Science and Technology*. Volume 84(2), 2021, Page 33-348. <https://DOI10.2166/wst.2021.110>
- [7] Pavlenko, I.; Ochowiak, M.; Agarwal, P.; Olszewski, R.; Michałek, B.; Krupínska, A. "Improvement of Mathematical Model for Sedimentation Process". *Energies*, Volume 14(15), 2021, 4561.
<https://doi.org/10.3390/en14154561>
- [8] Jover-Smet, Margarita; Martin-Pascual, Jaime; Trapote, Arturo. "Model of Suspended Solids Removal in the Primary Sedimentation Tanks for the Treatment of Urban Wastewater". *Water* Volume 9(6), 2017, 448.
<https://doi.org/10.3390/w9060448>
- [9] Hirom, K., Devi, and T.T. "Application of Computational Fluid Dynamics in Sedimentation Tank Design and Its Recent Developments: a Review". *Water Air Soil Pollut*. Volume 233 (22), 2022.
- [10] Luxin Li, Zhimin Sun, Ruijian Zhang. "Numerical simulation of sedimentation processes in a novel air flotation-sedimentation tank", *Journal of Water Process Engineering*, Volume 18, 2017, 41-46.
<https://doi.org/10.1016/j.jwpe.2017.05.006>
- [11] Zamanikherad, M.; Montazeri, A.; Gheibi, M.; Fathollahi-Fard A. M.;

Behzadian K. “An efficient design of primary sedimentation tanks using a combination of the response surface, metaheuristic, and scenario building methods”. *Int. J. Environ. Sci. Technol.* (2022).

[12] Yang, L.; Salcedo-Diaz, R.; & Grossmann, I. E. “Water network optimization with wastewater regeneration models”. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, Volume 53(45), 2014 17680-17695.
<https://doi.org/10.1021/ie500978h>

[13] Nocoñ, W. “On the possibility of suspended solid quantity estimation based on fractional density changes in a batch settler”. *Powder Technology*, Volume 235, 2013,931-939.
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2012.12.009>

[14] Gutiérrez Pulido Humberto y De La Vara Salazar Román. (2012) *Análisis y Diseño de Experimentos*. México, Mc. Graw Hill. (3era ed.).

[15] Ramírez, C. (1992) *Tratamiento de Aguas Residuales Industriales*. México, Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco.

[16] Eckenfelder, (2000) W. *Industrial Water Pollution Control*. Nueva York, McGraw-Hill. (3era ed).

[17] Martínez-González G.; Loria-Molina H.; Tabaoda-Lopez D.; Ramírez-Rodríguez F.; Navarrete-Bolaños J.L.; Jiménez-Islas H. “Approximate Method for Designing a Primary Settling Tank for Wastewater Treatment”. *Industrial and Engineering Chemistry Research*. Volume 48(16), 2009,7842-7846.

[18] Norma Mexicana NMX-AA-004-SCFI-2013, análisis de agua – medición de sólidos

sedimentables en aguas naturales, residuales y residuales tratadas - método de prueba.

[19] Norma Mexicana NMX-AA-034-SCFI-2015, análisis de agua - medición de sólidos y sales disueltas en aguas naturales, residuales y residuales tratadas – método de prueba.

[20] Bird, R.B.; Stewart, W.E. y Lightfoot, E.N. (2006), *Fenómenos de Transporte*. México Editorial Limusa Wiley. (2da ed).

[21] Ramalho, R.S. (2003) *Introducción a los Procesos de Tratamiento de Aguas Residuales*, Madrid. Editorial Reverté, (2da ed).