



**Revista Internacional de Investigación e Innovación  
Tecnológica**

Página principal: [www.riit.com.mx](http://www.riit.com.mx)

**Obtención del modelo matemático de un manipulador de 3 grados de libertad para su aplicación en el proceso de recaudación de energía solar**

**Obtaining the mathematical model of a 3 degrees freedom manipulator for its application in the process of collecting solar energy**

**Bernal-de la Rosa, M.P., Soto-Cruz, B.S.**

Posgrado en Dispositivos Semiconductores. Universidad Autónoma de Puebla; C.P. 7200, Puebla, Puebla.  
[pilber21@gmail.com](mailto:pilber21@gmail.com); [susana.soto.buap@gmail.com](mailto:susana.soto.buap@gmail.com)

**Innovación Tecnológica:** Desarrollo del modelo matemático de un seguidor solar de 3 grados de libertad para optimizar el área de captación solar reduciendo los espacios generados entre cada sistema fotovoltaico.

**Área de aplicación Industrial:** Área de investigación de desarrollo de estrategias de control electrónico, incorporación a los sistemas autosustentables de energías renovables.

Enviado: 13 febrero 2020

Aceptado: 20 octubre 2020

**Abstract**

The growing interest in environmental issues has had a great impact on the economic and energy sector, since it is one of the most important issues today. In view of this, the reduction in the consumption of conventional fuels has been carried out through the use of solar energy, transforming it into electrical energy through photovoltaic systems of all existing types.

This research describes, in general, the development of the mathematical model, as well as the definition of the equations system as a mathematical model for a rotor device, with 3 degrees of freedom; these allow to implement control strategies in each respective axis, and carry out the movements of displacement of the sun's path (using the equations of the solar coordinates and the equatorial ones). The obtained algorithm will carry out the simulation of the system for the process of collecting solar energy from a radiation source.

**Keywords:** 3 degrees, mathematician, model, tracker, solar.

## Resumen

El creciente interés por los temas ambientales, ha tenido un gran impacto en el sector económico y energético ya que es uno de los temas más importantes en la actualidad, ante ello, la reducción en el consumo de combustibles convencionales ha podido llevarse a cabo a través del uso de la energía solar, transformándola en energía eléctrica a través de sistemas fotovoltaicos de todos los tipos existentes.

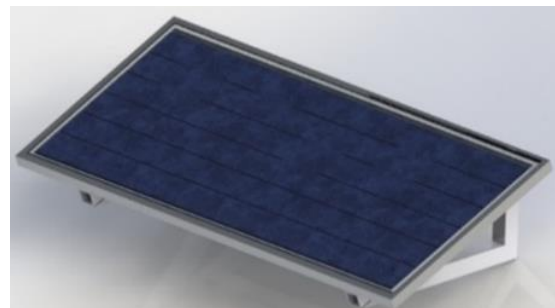
El presente artículo describe en forma general la definición del sistema de las ecuaciones como el modelo matemático para un dispositivo manipulador de 3 grados de libertad, que permitan implementar estrategias de control en cada eje respectivo, y realizar los movimientos de desplazamiento de la trayectoria del sol, utilizando las ecuaciones de las coordenadas solares y las ecuatoriales obteniendo el algoritmo para realizar la simulación del sistema para el proceso de recaudación de energía solar a partir de una fuente de radiación.

**Palabras clave:** 3 grados, matemático, modelo, seguidor, solar.

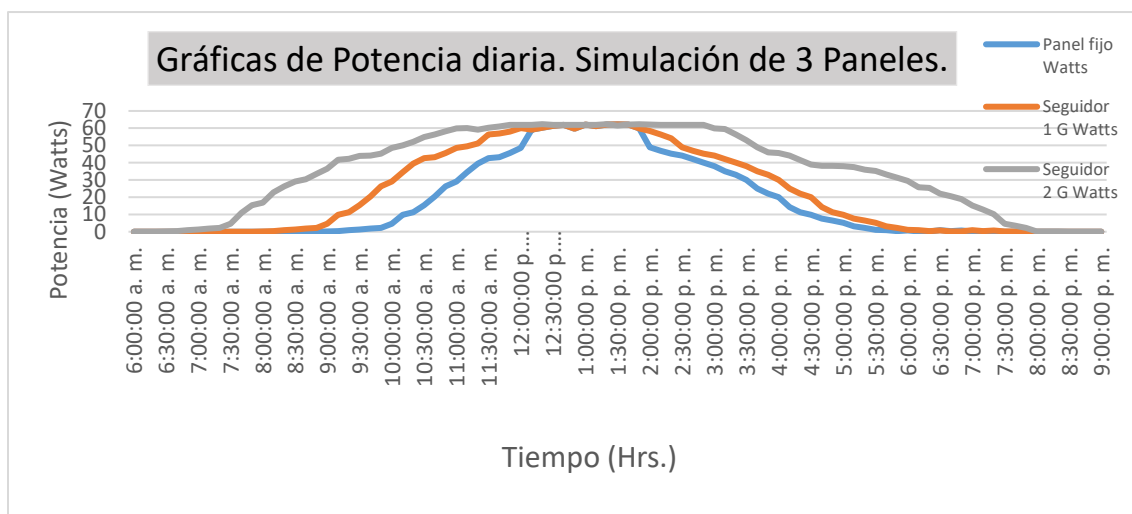
## 1. Introducción

Un factor decisivo en la eficiencia de los paneles solares en cuanto al porcentaje de obtención de energía fotovoltaica, es la incorporación de ejes móviles que permitan generar un desplazamiento en comparación a los paneles montados en una estructura fija (Fig. 1) ya que, con ello, se logra aumentar la cantidad de recaudación de energía solar (Fig. 2). En la figura 2, se muestra la comparación entre los sistemas móviles y el panel fijo; el análisis se realizó dentro de un entorno simulado con valores ideales, considerando

un día soleado con óptimos niveles de radiación y eficiencia.



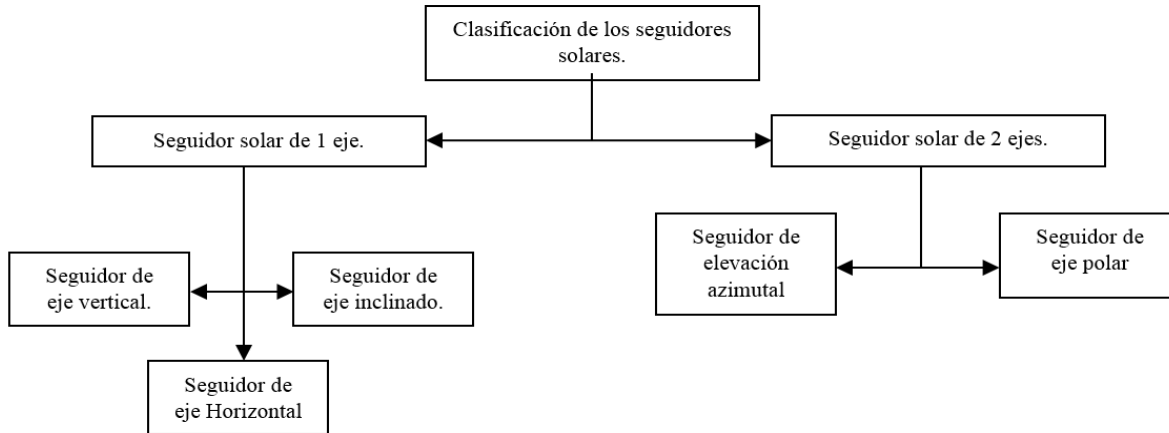
**Figura 1.** Panel fijo con ángulo de inclinación incorporado.



**Figura 2.** Gráficas de Potencia. Comparación entre los sistemas fotovoltaicos de panel fijo, 1 grado y 2 grados de libertad respecto a la recaudación de energía solar diaria.

Estos dispositivos móviles se catalogan en dos tipos de configuración: los paneles que cuentan con un eje rotacional dentro de su

mecanismo y los seguidores que cuentan con la incorporación de dos ejes dentro de su sistema mecánico [4] (Fig. 3).



**Figura 3.** Clasificación de las plataformas de seguidores solares.

#### a) Seguidores de un solo eje

1. Grado: tiene un desplazamiento respecto al ángulo azimutal, movimiento que realiza el sol respecto a la posición diaria (Fig. 4). Estos sistemas sólo tienen incorporado dentro de su mecanismo de operación un grado de libertad, solo pueden desplazarse en un solo eje de rotación. Hay varios tipos de seguidores de un solo eje:

- Un solo eje horizontal. Este tipo de seguidor tiene el eje horizontal respecto al suelo y se encuentra orientado de Norte-Sur, y a lo largo del día; los paneles horizontales girarán sobre este eje, siguiendo el movimiento del sol. Por sus características antes mencionadas este tipo de seguidor es aceptable en latitudes cercanas al ecuador.
- Un solo eje vertical. En este caso el eje está vertical respecto al suelo. En latitudes lejanas al ecuador son recomendables este tipo de seguidores. Los paneles suelen estar orientados con un ángulo respecto al

eje de rotación, y cuando giran forman un cono alrededor del eje.

- Un solo eje inclinado. Los seguidores de un solo eje que no sea ni vertical ni horizontal, es un seguidor de eje inclinado. Los paneles están inclinados con la misma inclinación del eje, y cuando giran forman un cilindro alrededor de este eje. Una variación de este tipo de seguidor es la que tiene la inclinación igual a la latitud donde se encuentra la instalación, con una orientación de su eje de polo a polo. Es decir que apunta un polo celeste, simulando con su movimiento el de La Tierra, solo que en sentido contrario.



**Figura 4.** Seguidor solar con incorporación de eje desplazamiento acimutal.

Desventajas: No hay movimiento respecto al cenit y su porcentaje de captación de energía solar se ve reducido en lo equinoccios.

#### b) Seguidores de dos ejes

2. Grado: Los seguidores Solares de este tipo tienen dos ejes de rotación. Estos ejes están coordinados perpendicularmente el uno del otro. El eje primario es el que está fijo respecto a la tierra, y el otro eje, que está referenciado al eje primario se llama eje secundario. En estos dispositivos se incorporan además del movimiento que simula la trayectoria del sol diaria, el desplazamiento que asemeja la posición que recorre el sol en cada equinoccio o solsticio; hay un mayor porcentaje de captación de energía solar además de tener el eje rotacional para simular la trayectoria del sol diaria (Fig. 5).



**Figura 5.** Seguidor solar con incorporación de eje cenit y eje azimutal.

Clasificación de los tipos de seguidores de dos ejes:

- Seguidor de dos ejes de inclinación (TIP-TILT). Este tipo de seguidores tienen su eje primario horizontal respecto a la tierra. El eje secundario es perpendicular al primario. Los ejes de rotación de este tipo de seguidor están típicamente alineados con el Norte magnético con algún paralelo.
- Este-Oeste. Uno de los ejes permite orientar al panel en su posición Norte-Sur y el otro en la posición Este-Oeste que se encuentre el sol en el cielo.
- Seguidor de Acimut-Altitud. Este tipo de seguidor tiene posicionado su eje primario vertical respecto al suelo. El eje secundario es perpendicular al primario. El seguidor de dos ejes es el más implementado debido a la sencillez en el diseño de la estructura, además de que no requiere estar posicionado a gran altura respecto al suelo; esto es especialmente importante en el caso de tratarse de grandes instalaciones. Este seguidor ubica a los paneles solares frente al Sol girando alrededor de su eje vertical un ángulo conocido como Acimut, y elevando la inclinación de los paneles a la altitud a la que se encuentra el sol.

Desventajas: es el más utilizado comercialmente sin embargo se debe de dejar un área específica para situar los paneles fotovoltaicos evitando generar sombra entre cada seguidor solar [5].

## 2. Descripción del prototipo

La estructura del seguidor solar a diseñar, está basado en la morfología del robot antropomorfo acoplado con 3 grados de

libertad [5]. A diferencia de los seguidores solares comerciales, se le anexó un tercer grado de libertad para optimizar el área de radiación solar, los tres ejes acoplados al sistema, son del tipo rotacional.

El planteamiento del problema se enfoca en los pasos a seguir para la obtención del modelo matemático y la simulación de la trayectoria del tercer eje incorporado (Fig. 6).

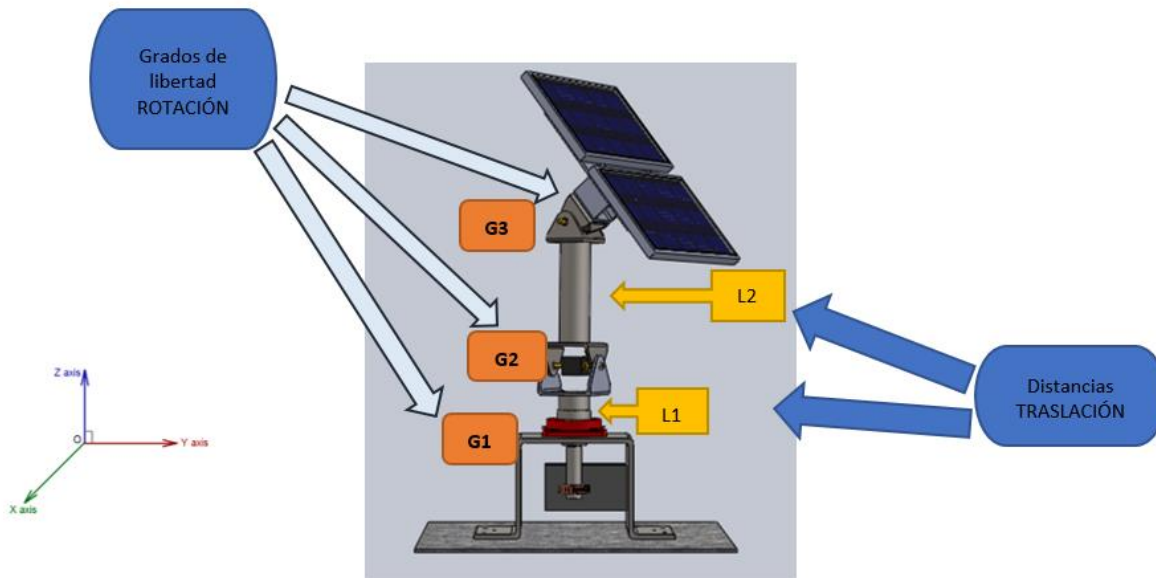


Figura 6. Prototipo de seguidor solar con la incorporación del 3 eje.

### 3. Metodología

#### 3.1 Análisis cinemático

El modelo cinemático es aquel que se encarga de estudiar el movimiento y/o posicionamiento del robot, respecto a un eje de referencia fijo. La cinemática directa ayuda a determinar la posición y la orientación del manipulador dados los valores de las articulaciones y de los parámetros geométricos de cada uno de los elementos del robot (Craig 2006).

Aunque para describir la relación que existe entre dos elementos se puede hacer uso de otro tipo o sistema de referencia que esté ligado a cada elemento. La forma habitual que se utiliza en robótica es la representación de Denavit Hartenberg (Barrientos fundamentos de robótica).

Tomando en consideración que el prototipo planteado se puede analizar como una cadena cinemática conformada por eslabones unidos mediante articulación, se establece un sistema de referencia fijo, en la base del manipulador para describir la localización de cada uno de sus eslabones con respecto al sistema de referencia, utilizando el análisis cinemático.

Para la obtención del modelo cinemático del seguidor solar, se utilizaron los parámetros de *Denavit-Hartenberg* que consiste en establecer de manera metódica, un sistema de coordenadas que va a ir ligando cada eslabón del manipulador a cada grado de libertad, en el cual se puede determinar de manera directa las ecuaciones cinemáticas de la cadena [6,7]. En la tabla 1 se muestran los parámetros obtenidos, utilizando la tabla de *Denavit Hartenberg*.

**Tabla 1.** Parámetros *Denavit-Hartenberg*.

<i>Parámetros Denavit-Hertenberg</i>				
Articulación	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	$d_1$	0	90
2	$\theta_2$	0	$a_2$	-90
3	$\theta_3$	0	$a_3$	0

La solución al problema de la cinemática directa consiste en encontrar el valor de la posición final del seguidor solar, respecto a un origen determinado; esta solución es una función que va a depender de los valores articulares, es decir, del valor traslacional o rotativo de las articulaciones [6]. *“En la actualidad existen diferentes métodos para resolver este problema, como el método geométrico, pero para llevar a cabo la obtención de este modelo se hizo uso de las matrices de transformación homogénea, usando el método de la representación sistemática de Denavit-Hartenberg, debido a que es el método más utilizado en la actualidad, por su sencillez y fácil interpretación además de que el modelo no tiene gran complejidad en su estructura, ya que posee solo 3 grados de libertad”* (Barrientos, 2007, página, 119)[6].

Una vez que se han definido los sistemas de coordenadas, será posible pasar de uno a otro a través de una serie de transformaciones básicas (rotaciones y traslaciones) que dependen exclusivamente de las características geométricas de cada eslabón; pudiendo así relacionar un sistema de coordenadas con otro.

La representación de *Denavit-Hartenberg* se reemplaza en la matriz de transformación homogénea  ${}^{i-1}A_i$ , la cual es un arreglo de 4x4 que contiene información relativa a la posición y orientación del sistema de referencia.

Los sistemas de coordenadas deben ser colocados correctamente para cumplir con las características de los parámetros mencionados anteriormente.

### 3.1.1 Matrices de transformación homogénea

$$A_0 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A_1 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_1 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_1 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A_2 = \begin{bmatrix} C_3 & 0 & -S_3 & a_2 C_3 \\ S_3 & 0 & C_3 & a_2 S_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{Ec. 1}$$

Las coordenadas del punto final son:

$$T = A_3^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2 \tag{Ec. 2}$$

Reemplazando las ecuaciones (1) en la ecuación (2), se obtiene una matriz de la siguiente forma:

$${}^3_0T = \begin{bmatrix} C_{123} - C_1 S_{23} & -C_{12} S_3 - C_{13} S_2 & S_1 & a_1 C_{12} - a_2 C_1 S_{23} + a_2 C_{123} \\ C_{23} S_1 - S_{123} & -C_2 S_{13} - C_3 S_{12} & -C_1 & a_1 C_2 S_1 - a_2 S_{123} + a_2 C_{23} S_1 \\ C_2 S_3 + C_3 S_2 & -C_{23} - S_{23} & 0 & d_1 + a_1 S_2 + a_2 C_2 S_3 + a_2 C_3 S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{Ec. 3}$$

Donde P representa el valor de las coordenadas x, y y z en función de los ángulos

$$P_x = d_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - d_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 + a_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \tag{Ec. 4}$$

$$P_y = d_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - d_1 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 + a_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \tag{Ec. 5}$$

$$P_z = d_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 + d_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 + a_2 + a_1 \sin \theta_2 \tag{Ec. 6}$$

### 3.2. Cinemática inversa

A la hora de resolver el problema cinemático inverso.

No existen algoritmos generales que proporcionen una solución directa al problema de cinemática inversa. Entre los métodos más usados podemos nombrar los siguientes:

- Métodos geométricos: Este método es implementado para las primeras variables articulares, hacen uso de relaciones geométricas y trigonométricas.
- Por matrices de transformación homogénea: Consiste en despejar las  $n$  variables  $q_i$  en función de los componentes de los vectores  $n, o, a$  y  $p$ .
- Desacoplamiento cinemático: En robots de 6 grados, separación de orientación y posicionamiento.

- Soluciones numéricas (iterativas): No aplicables en tiempo real.

Debido a que es conveniente encontrar una solución cerrada, para el sistema propuesto, la cinemática inversa tiene que resolverse en tiempo real; debido al seguimiento de la trayectoria de cada grado de libertad, considerando su orientación y posicionamiento respecto al sol.

En este análisis, se calcularon los valores de  $\theta_1, \theta_2$  y  $\theta_3$  utilizando en las ecuaciones 4, 5, 6. Particularmente, para resolver este problema, se utilizó un conjunto de ecuaciones cerradas que, a través de relaciones matemáticas [8, 9, 10], determinaron los puntos adecuados para hacer que el manipulador de 3G, realice el seguimiento de la trayectoria del sol, proporcionando así una solución en tiempo real, del sistema.

$$\theta_k = f_k(P_x P_y P_z) \tag{Ec. 7}$$

$$k = 1 \dots \dots n(DOF) \tag{Ec. 8}$$

Este tipo de función se puede calcular utilizando diferentes métodos, tales como el geométrico; para este caso, y puesto que es un manipulador con tres grados de libertad, se seleccionó la matriz de transformación homogénea.

El primer paso a dar para resolver el problema cinemático inverso es obtener las ecuaciones del modelo cinemático directo del seguidor [9]. La ecuación 3 para el modelo del seguidor solar con tres grados de libertad se reduce a la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & P_x \\ n_y & o_y & a_y & P_y \\ n_z & o_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{Ec. 9}$$

Resolviendo la ecuación para A, se obtiene un sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas, basadas en el punto  $P_x, P_y$  y  $P_z$ .

$$(A_1^0)^{-1}(A_2^1)^{-1}T = A_3^2 \tag{Ec. 10}$$

El desarrollo de la cinemática inversa para el manipulador en estudio se muestra a continuación:

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ S_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A_1^2 = \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 & -a_1 \\ -S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A_2^3 = \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 & -a_2 \\ -S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 11})$$

Una vez obtenidas las matrices de rotación inversa, y partiendo de la ecuación (3), se manipulan de manera que las variables

Se definen las matrices inversas de las matrices de transformación homogéneas:

articulares queden en función de la posición espacial.

$$A_0^1 \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ S_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A_1^2 \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 & -a_1 \\ -S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & P_x \\ n_y & o_y & a_y & P_y \\ n_z & o_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 12})$$

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & a_4 C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & a_4 S_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Se obtiene un sistema de ecuaciones (9,10), del cual, haciendo uso de igualdades

trigonométricas, se determinan los valores de las variables articulares (13, 14, 15) [8, 9]:

$$P_z \sin \theta_2 - a_4 \sin \theta_2 + P_x \cos \theta_1 \cos \theta_2 + P_y \cos \theta_3 \sin \theta_1 - a_5 = a_6 \cos \theta_3 \quad (\text{Ec. 13})$$

$$P_z \cos \theta_2 - a_4 \cos \theta_2 - P_x \cos \theta_1 \sin \theta_2 - P_y \sin \theta_1 \sin \theta_2 = a_4 \sin \theta_3 \quad (\text{Ec. 14})$$

$$P_x \sin \theta_1 - P_y \cos \theta_1 = 0 \quad (\text{Ec. 15})$$

De la ecuación 15, despejando ambos términos, se obtiene el valor de  $\theta_1$

$$\frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_2} = \frac{P_y}{P_x} = \tan \theta_1 \quad (\text{Ec. 16})$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{P_y}{P_x} \quad (\text{Ec. 17})$$

Al factorizar en las ecuaciones 13 y 14, se obtiene:

$$P_z \sin \theta_2 - a_5 \sin \theta_2 + P_x \cos \theta_1 \cos \theta_2 + P_y \cos \theta_2 \sin \theta_1 - a_6 = a_4 \cos \theta_3 \quad (\text{Ec. 18})$$

$$\sin \theta_2 [P_z - a_5] + \cos \theta_2 [P_x \cos \theta_1 + P_y \sin \theta_1] - a_6 \cos \theta_3 \quad (\text{Ec. 19})$$

$$P_z \cos \theta_2 - a_5 \cos \theta_2 - P_x \cos \theta_2 \sin \theta_1 - P_y \sin \theta_2 \sin \theta_1 = a_4 \sin \theta_3 \quad (\text{Ec. 20})$$

$$-\sin \theta_2 [P_x \cos \theta_2 + P_y \sin \theta_2] + \cos \theta_2 [P_z - a_6] = a_5 \sin \theta_3 \quad (\text{Ec. 21})$$

Reemplazamos las ecuaciones con los términos a y b para simplificar su forma.

$$a = P_x \cos \theta_1 + P_y \sin \theta_1 \quad (\text{Ec. 22})$$

$$b = P_z - a_6 \quad (\text{Ec. 23})$$



$$\sin \theta_2 b + \cos \theta_2 a - a_5 = a_4 \cos \theta_3 \quad (\text{Ec. 24})$$

$$-\sin \theta_2 a + \cos \theta_2 = a_4 \sin \theta_3 \quad (\text{Ec. 25})$$

Al sumar y elevar al cuadrado las ecuaciones 22 y 23, se tiene:

$$a \cos \theta_2 + b \sin \theta_2 = \frac{[a^2+b^2]+a_5^2}{a_6^2} \quad (\text{Ec. 26})$$

$$c = \frac{[a^2+b^2]+a_5^2}{a_6^2} \quad (\text{Ec. 27})$$

$$a \cos \theta_2 + b \sin \theta_2 = c \quad (\text{Ec. 28})$$

Al despejar el termino c de la ecuación 27, se obtiene una ecuación trascendental, de una sola variable por lo que se usa la siguiente

relación para lograr una aproximación polinomial [8, 9].

$$u = \tan \frac{\theta_2}{2} \quad (\text{Ec. 29})$$

$$\cos \theta_2 = \frac{1-u^2}{1+u^2} \quad (\text{Ec. 30})$$

$$\sin \theta_2 = \frac{2u}{1+u^2} \quad (\text{Ec. 31})$$

Al reemplazar estos términos dentro de ecuación 28, se tiene:

$$a \frac{1-u^2}{1+u^2} + b \frac{2u}{1+u^2} = c \quad (\text{Ec. 32})$$

$$(1-u^2)a + 2ub = c(1+u^2) \quad (\text{Ec. 33})$$

$$u^2(a+c) - 2ub + c - a = 0 \quad (\text{Ec. 34})$$

$$u = \frac{2ub \pm \sqrt{4b^2 - 4(c^2 - a^2)}}{2(a+c)} \quad (\text{Ec. 35})$$

$$u = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - (c^2 - a^2)}}{(a+c)} = \tan \left( \frac{\theta_2}{2} \right) \quad (\text{Ec. 36})$$

Despejando a  $\theta_2$  de la ecuación 36

$$\theta_2 = 2 \tan^{-1} \left( \frac{b \pm \sqrt{b^2 - (c^2 - a^2)}}{(a+c)} \right) \quad (\text{Ec. 37})$$

Si se dividen las ecuaciones anteriores 29 y 28, se obtiene:

$$\tan \theta_3 = \frac{-\sin \theta_2 a + \cos \theta_2 b}{\sin \theta_2 b + \cos \theta_2 a - a_6} \quad (\text{Ec. 38})$$

Despejando a  $\theta_3$  de la ecuación 38

$$(\theta_3) = \tan^{-1} \left( \frac{-\sin \theta_2 a + \cos \theta_2 b}{\sin \theta_2 b + \cos \theta_2 a - a_6} \right) \quad (\text{Ec. 39})$$

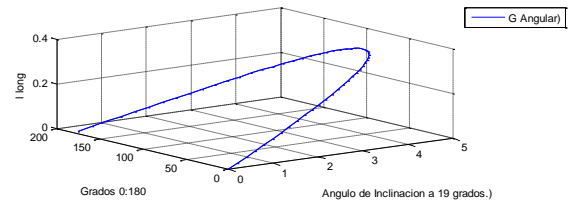
#### 4. Resultados y discusión

Las ecuaciones 17, 37 y 39, son los ángulos de giro de cada una de las articulaciones, los parámetros a, b y c, fueron utilizados para simplificar las ecuaciones trascendentales, al simplificar estas ecuaciones se pueden resolver con mayor facilidad y así encontrar la solución para determinar los ángulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$ . Para esta parte, se hizo uso del Programa de Matlab donde se ejecutó el algoritmo numérico que ayudó a calcular la aproximación a la solución de esta ecuación interpolando los mejores valores para la solución, ya que, al resolverlo, se obtienen números imaginarios o complejos derivados de las raíces negativas.

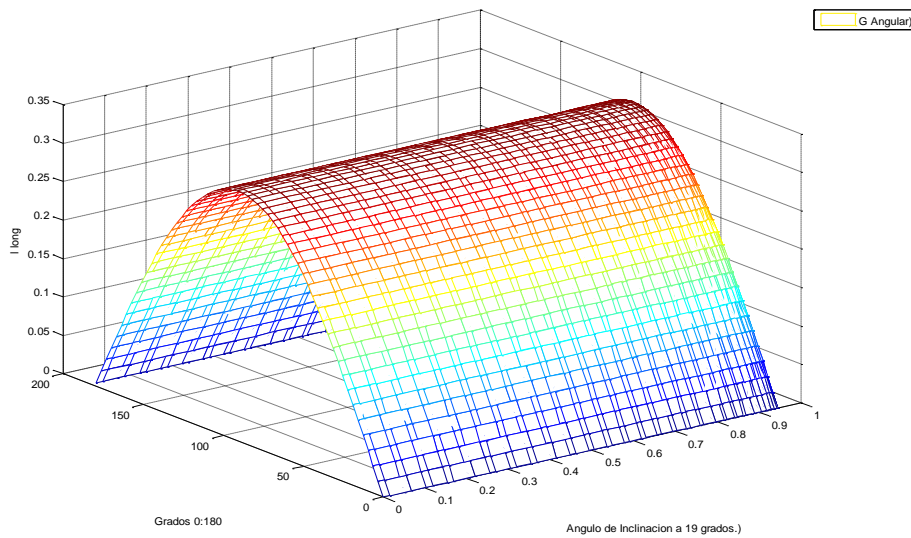
Se obtuvieron los parámetros de la cinemática directa e inversa para poder incorporar el movimiento de desplazamiento de cada uno de los tres grados descritos anteriormente, se realizó la simulación tanto del sistema fijo como de los sistemas de 1 y 2 grados de libertad para comparar los resultados con el seguidor propuesto de 3 grados de libertad,

mostrando el área de captación solar, obteniendo una gráfica que comprende la curvatura generada por la incorporación del tercer eje, estos resultados se simularon bajo condiciones ideales, eliminando factores como la presencia de nubes, polvo, lluvia.

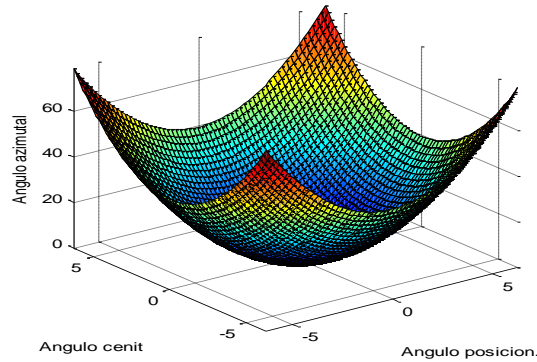
En comparación con la curva generada del seguidor de 1 grado (figura 6), en esta, se incluye el desplazamiento acimutal, pero en contraste con la figura 7 del seguidor de 2 grados, la trayectoria es ascendente, incluyendo también el movimiento cenit y la inclinación, lo que genera la figura de los colectores solares.



**Figura 6.** Curva de trayectoria de un seguidor solar de 1 grados de libertad con ángulo de inclinación incorporado.



**Figura 7.** Curva de trayectoria de un seguidor solar de 2 grados de libertad.

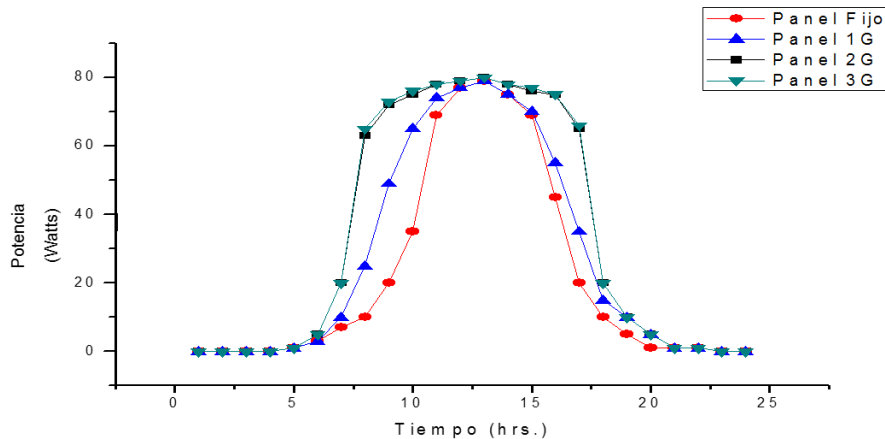


**Figura 8.** Curva de trayectoria del seguidor solar de 3 ejes, incorporando como tercer eje la inclinación del sistema.

En la figura 9 se muestran las gráficas de potencia de todos los sistemas estudiados anteriormente, tanto el seguidor solar de 3 grados y el de dos grados muestran un comportamiento similar, el de 1 grado de libertad marca una diferencia notable entre los dos sistemas anteriores.

El sistema de 2 y el de 3 grados de libertad muestran un comportamiento similar, debido

a que ambos sistemas cuentan con el seguimiento acimutal y cenit, sin embargo, debido a que el seguidor propuesto toma en cuenta la inclinación, el sistema tiene un incremento notable en las gráficas de potencia recaudada respecto al número de sistemas fotovoltaicos y los seguidores solares, tomando en cuenta el aspecto del área en la cual se encuentran instalados.



**Figura 9.** Gráfica comparativa de generación de potencia de los diferentes sistemas de seguimiento solar y del panel fijo respecto al sistema de 3 ejes.

La figura 10 muestra de manera clara la diferencia entre los sistemas de generación de energía fotovoltaica respecto al propuesto, esto es en un entorno simulado de granja solar, en donde se obtuvieron los valores de recaudación de potencia en un día soleado, sin perturbaciones, se graficó el comportamiento

de varios sistemas posicionados en un área específica delimitada de 4x4 mts. En la cual, se simularon 8 paneles fijos, 8 sistemas de 1 grado de libertad, 8 sistemas de 2 grados de libertad y 12 seguidores de 3 grados, para los paneles fijo y para los sistemas de 1 y 2 grados se dejó un área específica de 1.5 mts,

de distancia entre cada sistema para evitar la generación de sombra; para el sistema de 3 grados, se montaron 12 paneles ya que con el 3 grados implementado no se genera sombra.

mismo patrón, debido a que ambos sistemas tienen el seguimiento acimutal y cenit, sin embargo, estos valores difieren respecto al del grado y el sistema fijo, en donde se observa el margen de variación de eficiencia entre estos sistemas.

En términos de eficiencia, tanto el seguidor de 2 como el de 3 grados de libertad tiene el

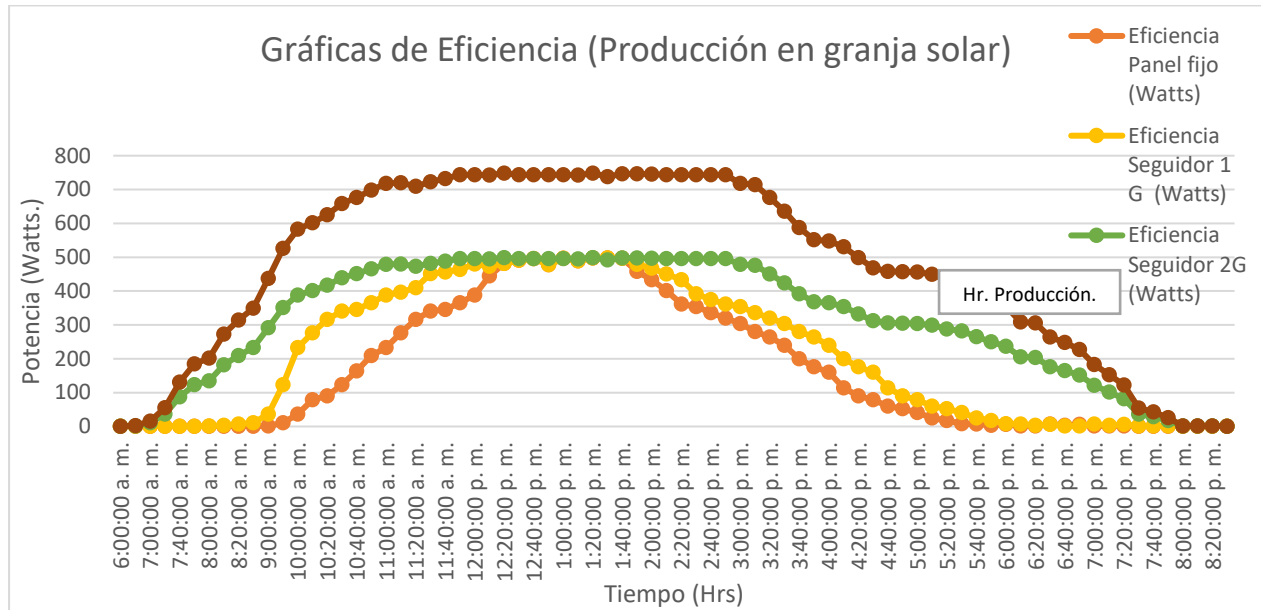


Figura 10. Gráfica comparativa de eficiencia. Generación de potencia de los tres sistemas de seguimiento solar.

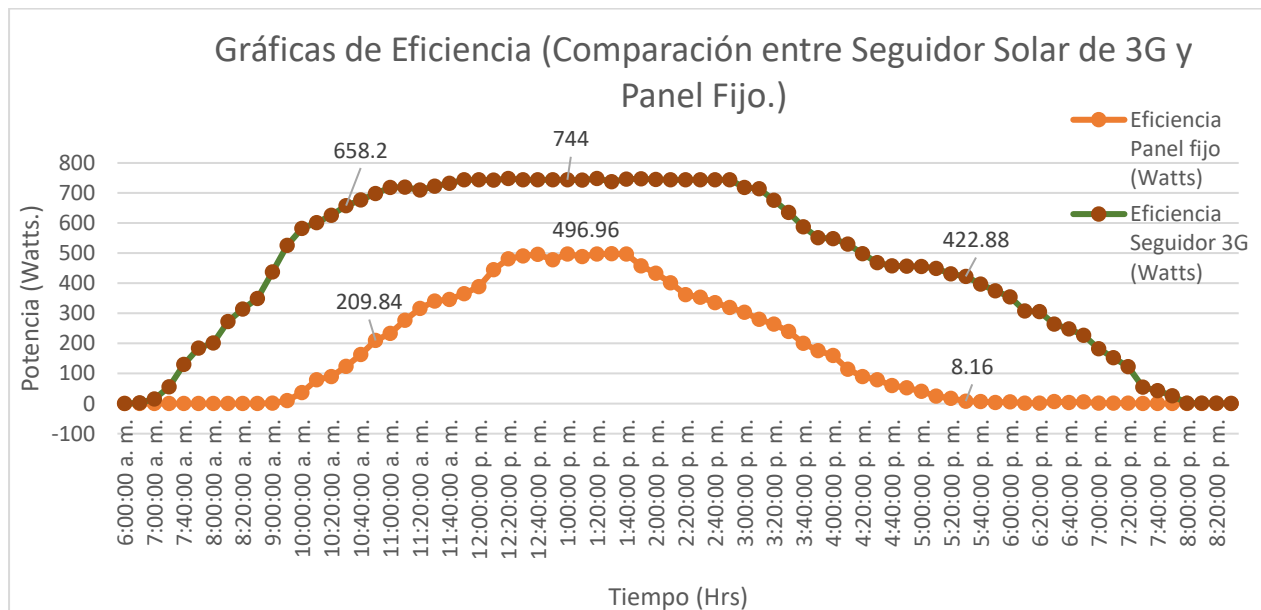


Figura 11. Gráfica comparativa de eficiencia. Comparación entre el sistema de 3 ejes y el panel fijo.

En la figura 11 se muestra la gráfica comparativa entre el sistema fijo y el sistema de 3 grados. Se puede observar que hay un gran margen de diferencia entre la eficiencia en captación de energía solar respecto al otro. En las horas importantes se nota la diferencia

entre estos sistemas, a las 11:00 hrs, los paneles fijos tienen un valor de potencia generada de 209.84 watts, mientras que, para el sistema de 3 grados, ese valor se incrementa más de 3 veces, alcanzando 658.19 watts de potencia producida.

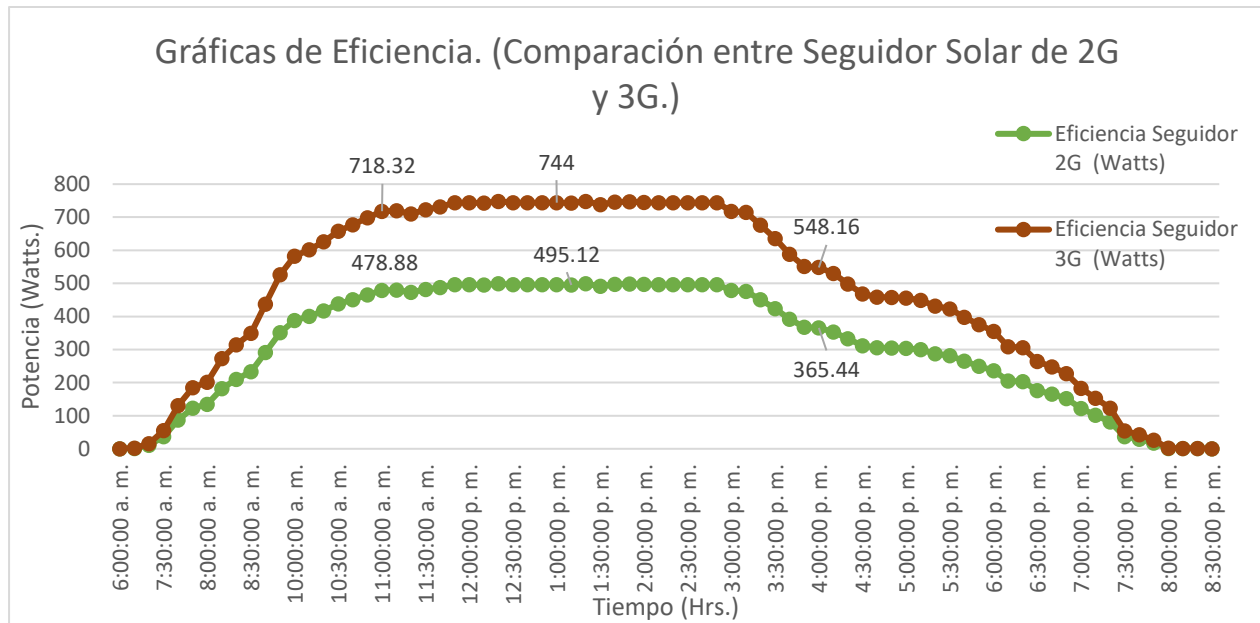


Figura 12. Gráfica comparativa de eficiencia. Comparación entre los sistemas de 3 ejes y los sistemas de 2.

En la figura 12, se observa la eficiencia de cada sistema simulado en un entorno ideal, considerando también que el sol estuvo alineado de manera perpendicular al panel fotovoltaico. En esta gráfica se observan las horas vs. eficiencia de cada sistema. Antes de las 10 horas, podemos observar que los sistemas tienen una eficiencia mínima debido al valor de la irradiación y también a la posición del sol. A partir de las 10:30 hrs., los sistemas con seguimiento solar generaron mayor potencia eléctrica que el sistema de 2 grados. Así mismo, podemos observar que a las 13:00 hrs., los sistemas de seguimiento solar de 2 y 3 grados alcanzaron su máxima eficiencia (96.67%), mientras que a las 16:15 horas empezó a decaer hasta un 60% de eficiencia.

### 5. Conclusiones

La incorporación del tercer eje en el sistema propuesto permite tener una mayor área en cuanto a captación de energía solar en comparación con los otros seguidores solares estudiados, además de obtener una mayor movilidad en cuanto al de 2 grados siendo más autónomo y con ello llegar a reducir el espacio que se deja entre los paneles fotovoltaicos cuando son instalados, ya que el seguidor de 3 grados incorpora un movimiento para que se puedan unir ambos paneles si necesidad de dejar un espacio entre ellos.

Los modelos matemáticos desarrollados, permitieron obtener los parámetros utilizados para la simulación de la trayectoria del seguidor solar, así como el porcentaje de

captación de energía solar utilizado para la simulación de eficiencia de todos los sistemas. Con estos valores se pudieron obtener las gráficas de eficiencia de los seguidores solares, se pudo comparar las simulaciones de una granja con paneles fijos, y con seguidores solares, obteniendo una mayor captación de energía solar en sistemas de 3 grados ya que se reducen los espacios que se dejan entre los paneles solares cuando se realiza una instalación para evitar la producción de sombra.

## 6. Referencias

[1] Cabó Gonzáles, David (2002). “Fundamentos de la energía solar”, p42 –47.

[2] Maldonado Nogales, Paul. “Representación gráfica de la posición solar y una superficie para la ciudad de Cochabamba-Bolivia”. XVIII Simposio Peruano de Energía Solar y del Ambiente (XVIII- SPES), Lima, 14 -19.11.2011.

[3] Escobar Mejía, Andrés. Holguín Londoño, Mauricio. Osorio R., Juan Carlos. “Diseño e implementación de un seguidor solar para la optimización de un sistema fotovoltaico”. Scientia et Technica Año XVI, No 44. Abril de 2010. Universidad Tecnológica de Pereira. ISSN 0122-1701 245.

[4] Marrero Valdivia, Asmael. “Control de Paneles Solares Fotovoltaicos”. Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas Facultad de Ingeniería Eléctrica Departamento de Automática y Sistemas Computacionales. 2017. [amvaldivia@uclv.cu](mailto:amvaldivia@uclv.cu)  
[amvaldivia93@nauta.cu](mailto:amvaldivia93@nauta.cu).

[5] <https://www.monsolar.com/blog/calcular-la-separacion-entre-filas-de-placas-solares-para-evitar-sombras/>.

[6] Barrientos A., Peñin L. y Aracil R. (2007). Fundamentos de Robótica. Madrid, España: McGraw de España.

[7] Craig J. (2006). Robótica, Tercera Edición, Pearson Education, 2006.

[8] J.L. Ramírez Arias, A. Rubiano Fonseca. “Modelamiento matemático de la cinemática directa e inversa de un robot manipulador de tres grados de libertad”. *Revista Ingeniería Solidaria*, vol. 8, núm. 15, 2012, pp. 46-52.

[9] Andueza L. y Aguirre I. (2009). Diseño de un Manipulador Robótico con Tres Grados de Libertad para fines educativos. *Revista Ciencia e Ingeniería*, Vol. 30, No. 1, 2009, pp. 3-14.

[10] S. Rodríguez, Enrique. Gutiérrez, José J. Y. Otero, Jesús (2008) “Diseño y construcción de un brazo Mecánico de tres grados de libertad”. *Scientia Et Technica* [en línea en [http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=8492\\_0503028](http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=8492_0503028)], XIV (Septiembre-Sin mes). ISSN 0122-1701].