



## Revista Internacional de Investigación e Innovación Tecnológica

Página principal: [www.riit.com.mx](http://www.riit.com.mx)

### Desarrollo de un juego serio para fortalecer el razonamiento lógico matemático con implementación de un sistema basado en lógica difusa

### Development of a serious game to strengthen logical mathematical reasoning with implementation of a system based on fuzzy logic

López-Sánchez, A.Y., González-Lara, A.L.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León, C.P. 66451, San Nicolás de los Garza, Nuevo León.

[alicia.lopezsn@uanl.edu.mx](mailto:alicia.lopezsn@uanl.edu.mx); [aida.gonzalezlr@uanl.edu.mx](mailto:aida.gonzalezlr@uanl.edu.mx);

**Innovación tecnológica:** Implementar sistemas de inferencia difusa en el desarrollo de juegos serios.

**Área de aplicación industrial:** la estructura del juego y el sistema difuso se puede utilizar para la capacitación en entornos industriales, implementando la base de conocimiento del área de aprendizaje requerida.

Recibido: 05 mayo 2021

Aceptado: 28 octubre 2021

#### Abstract

Currently, the skill of understanding mathematical information is crucial for decision making, according to the results of the Programme for International Student Assessment (PISA) and the National Plan for Learning Assessment (PLANEA), although students know the concepts they do not know how or when to use them. A serious game is a game, which, in addition to being entertaining, facilitates the learning of a topic, therefore, to solve the aforementioned problem, this article presents the development of a serious game, applying the Design Thinking methodology and the incremental model, whose purpose is to strengthen logical-mathematical reasoning through the implementation of a fuzzy-logic-based system applied to the evaluation process of the problem.

In the first stage: Empathize, a group of students was used as focus group and surveyed about the necessities. In the next stage: Define, user profiles and an interaction diagram were determined to understand the operation of the system and to perform (stage: Ideate) brainstorming and an affinity diagram, to subsequently (stage: Prototype) design the structure of the game, where a low-fidelity

prototype was generated. The incremental model was used during the software development of the serious game, it was divided into five stages: base architecture of the application, development of the exercises to be used in the game supported by a group of mathematics experts, development of the fuzzy inference system (FIS), information gathering related to the variables used in the FIS, implementation in the game. In the Design Thinking last stage: Test, usability and learning tests were performed to explore the hypothesis that the students improved their reasoning through two similar evaluations, applied one before and the other after using the serious game. As a result, the grade and the time to answer the evaluations by the students were obtained (before and after using the game), we performed an analysis of the results related to the time invested in the serious game. Our analysis shows that it is possible to improve the logical-mathematical reasoning of the students who advance at least to the next level (2 out of 3 levels) in the subtopics.

**Keywords:** design thinking, serious games, logical mathematical reasoning, fuzzy inference system.

## Resumen

Actualmente, contar con habilidades para la comprensión de información en las matemáticas es importante para la toma de decisiones, de acuerdo con los resultados del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) y Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) a pesar de que los estudiantes conocen los conceptos no saben cómo ni cuándo utilizarlos. Un juego serio, es un juego que además de entretener facilita el aprendizaje de algún tema, por lo que, para resolver el problema antes mencionado, en este artículo se presenta el desarrollo de un juego serio, aplicando la metodología *Design Thinking* y el modelo incremental, cuyo propósito consiste en fortalecer el razonamiento lógico-matemático con la implementación de un sistema basado en lógica difusa para el proceso de evaluación de los problemas. En la primera fase del *Design Thinking* (Empatizar) se generó un grupo de enfoque y encuestas para conocer las necesidades de los estudiantes de nivel medio y superior, en la fase (Definir) se determinaron perfiles de usuario y un diagrama de interacción para comprender el funcionamiento del sistema, con el propósito de realizar (Idear) una lluvia de ideas y un diagrama de afinidad, para posteriormente (Prototipar) desarrollar la estructura del juego, en donde se generó un prototipo de baja fidelidad. En el desarrollo del software para juego serio se utilizó el modelo incremental, el cual fue dividido en cinco incrementos, los cuales consisten en el inicio de la aplicación, la creación de los problemas que conforman el juego con apoyo de un grupo de expertos en el área de matemáticas, el desarrollo del sistema de inferencia difusa (SID), la recopilación de información de las variables del SID para finalmente ser implementado al juego. En la última etapa del *Design Thinking* (Evaluar) se realizaron pruebas de usabilidad y aprendizaje con el propósito de conocer si los estudiantes mejoraron su razonamiento a través de dos evaluaciones similares aplicadas una antes y la otra después de usar el juego serio. Como resultado se obtuvieron la calificación y el tiempo en contestar las evaluaciones por parte de los estudiantes (antes y después de usar el juego), realizando un análisis de los resultados obtenidos con base en el tiempo invertido en el juego serio,

la cual indica que sí es posible fortalecer el razonamiento lógico-matemático por parte de los alumnos que la utilizan y/o avanzan por lo menos al siguiente nivel (2 de 3 niveles) en los subtemas.

**Palabras clave:** *design thinking*, juegos serios, razonamiento lógico-matemático, sistema de inferencia difusa.

## 1. Introducción

Actualmente, el razonamiento lógico matemático es muy importante tanto en la vida diaria como en la educación, por lo que el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM) define a este tipo de razonamiento como la habilidad para construir conjeturas, desarrollar y evaluar argumentos así como también seleccionar y usar varios tipos de representaciones matemáticas (Kramarski y Mevarech, 2003)<sup>1</sup> a través de deducciones usando hipótesis en la vida diaria con base en reglas, leyes, principios morales y disciplinas que subyacen de las matemáticas, la ciencia y la tecnología (Johnson-Laird, Khemlani y Goodwin, 2015)<sup>2</sup>.

Debido a esto, se ha estudiado a lo largo del tiempo como las personas estructuran los conocimientos matemáticos a través de su manera de razonar para encontrar una solución, por ejemplo las evaluaciones realizadas tanto de manera nacional como internacionalmente (Johansson, 2015)<sup>3</sup>, una de ellas es PISA en 2018, en donde 79 países (entre ellos México) participaron en esta evaluación a través de 600,000 estudiantes seleccionados de manera aleatoria, dividido por las habilidades de lectura, matemáticas y ciencia (Schleicher, 2019)<sup>4</sup>. Para el área de matemáticas, México obtuvo un promedio de 409 puntos, encontrándose por debajo del promedio establecido por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) de 489 puntos, por lo que el 44% de los estudiantes solo pueden interpretar y reconocer como representar problemas simples (nivel 2) pero solo el 1% pueden modelar situaciones complejas

evaluando estrategias para la solución de problemas (nivel 5) (OCDE, 2019)<sup>5</sup>.

En 2017, estudiantes de nivel medio superior participaron en el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA), en donde una de las evaluaciones es en el campo de matemáticas, la cual consiste en las habilidades para la solución de problemas usando el razonamiento más que la que memorización (INEE, 2015)<sup>6</sup>. A nivel nacional, la puntuación promedio en México es de 500 puntos por lo que encuentra en el nivel I (6 de cada 10 alumnos), lo que significa que los estudiantes solo pueden resolver problemas aritméticos usando enteros o decimales, dificultándose la solución a problemas con incógnitas o variables (INEE, 2019)<sup>7</sup>.

Para la solución de este problema Ángel y Bautista (2001)<sup>8</sup> mencionan que se deben de establecer nuevas formas de enseñar y aprender matemáticas a través de programas de cómputo, tales como los juegos con propósito de aprender que son conocidos como juegos serios, en los últimos años se ha incrementado la cantidad de investigaciones en tema para proporcionar nuevos métodos con el objetivo de apoyar el aprendizaje (Chittaro y Buttussi, 2015)<sup>9</sup>, algunos ejemplos son: “Sudoku Multiplayer Online - Duel friends online!” (Hagstrom Dev, 2020)<sup>10</sup> y “Matemáticas de Monstruos” (Makkajai, 2020)<sup>11</sup>.

Asimismo, Bragdon y Fellows (2003)<sup>12</sup> sugieren ejercicios mentales como el razonamiento lógico-deductivo, la visualización creativa, manipulación de símbolos y reglas de cálculo matemático, así

como también reglas de lógica gramatical, usando libros, ejercicios y aplicaciones web o móviles como “Fórmulas Free” (NSC, 2017)<sup>13</sup>, “MathMagic Lite” (InfoLogic, 2018)<sup>14</sup> o incluso “Teoría de matemáticas” (Sangakoo, 2019)<sup>15</sup>.

De la misma manera, se han utilizado programas que aplican Inteligencia Artificial (IA), conocidos como Intelligent Tutorial System (STI) (Jyothi y Sille, 2013)<sup>16</sup>, los cuales buscan emular un tutor inteligente para facilitar el aprendizaje con base en sus necesidades (Durango y Pascuas, 2015)<sup>17</sup>. Dentro del área de estudio de la IA se encuentra la lógica difusa, la cual ha atraído la atención para la toma de decisiones, reconocimiento de patrones, diagnóstico y análisis de datos, debido a que se pueden solucionar problemas que implican la manipulación de diferentes variables generando estructura de inferencia que asemeja las capacidades apropiadas de razonamiento humano (o de un experto) (Sivanandam, Sumathi y Deepa, 2007)<sup>18</sup>.

Sin embargo, aunque las personas conozcan las operaciones, los procedimientos o los conceptos matemáticos, no pueden definir cómo ni cuándo utilizarlas, teniendo como consecuencia los diferentes resultados de los exámenes aplicados en México, ya que los estudiantes piensan de manera mecánica y tienen dificultades para resolver problemas nuevos, inusuales o diferentes (Ayal, Kusuma, Sabandar y Afgan Dahlan, 2016)<sup>19</sup>.

Para contribuir en la solución del problema anterior, y además apoyar a los docentes e instituciones en el aprendizaje de diferentes áreas relacionadas con las matemáticas, en esta investigación se desarrolló un juego serio cuyo propósito es fortalecer el razonamiento lógico matemático, implementando un

sistema basado en lógica difusa en el proceso de evaluación. El juego contiene problemas reestructurados por un grupo de expertos en matemáticas, así como también un SID para determinar si el alumno regresa, avanza o se queda en el mismo nivel de dificultad con base en el tiempo que transcurrió en contestar y la respuesta de cada problema, logrando reforzar los subtemas en donde se tarden demasiado o no se contesten de manera correcta.

Se determinó el SID ya que representa datos imprecisos de forma similar al pensamiento humano, basándose en los conceptos de la teoría de conjuntos difusos, reglas *if-then* y razonamiento difuso, permitiendo el manejo de imprecisión e incertidumbre, entregando respuestas válidas aun cuando la información sea incompleta (Sivanandam, Sumathi y Deepa, 2007)<sup>18</sup> y ha sido aplicado en diferentes áreas como ingeniería industrial, finanzas e inclusive en medicina, siendo utilizado cuando el comportamiento de una evaluación no es entendible o en casos que se requiera una solución rápida y aproximada para diferentes diagnósticos, empleando métodos computacionales y matemáticos enfocados a las aplicaciones de procedimientos estadísticos (Thakur, Raw, Sharma y Mishra, 2016)<sup>20</sup>.

## 2. Método

Se determinó utilizar la metodología *desing thinking* debido a que se pueden resolver problemas desarrollando innovaciones, a través del pensamiento artístico y la agilidad de un diseñador, así como también el enfoque analítico de un ingeniero para resolver dichos problemas usando tecnología factible con el propósito de alcanzar oportunidades en el mercado (Brown, 2008)<sup>21</sup>, como se muestra en la Figura 1 las etapas y los incrementos establecidos para esta investigación.



**Figura 1.** Fases y herramientas establecidos para el desarrollo de esta investigación.

## 2.1. Empatizar

Consiste en la recopilación de la información aplicando las técnicas de *focus group* y encuestas, con el propósito de entender las necesidades de los estudiantes con respecto al nivel insuficiente del razonamiento lógico-matemático que poseen en el nivel medio superior y superior.

### 2.1.1. Grupo de enfoque

Se realizó un grupo de enfoque con la participación de un moderador, un observador y nueve estudiantes de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME), tomando en cuenta que cada carrera cuenta con 10 semestres:

- Tres estudiantes de la carrera Ingeniero Administrador de Sistemas de noveno o décimo semestre.
- Tres estudiantes de la carrera Ingeniero en Mecatrónica de sexto semestre.
- Tres estudiantes de la carrera Ingeniero en Tecnología de Software de tercer semestre.

Para cada grupo de estudiantes se establecieron tres tipos de promedios con base en las materias relacionadas en matemáticas, como se muestra a continuación:

- **Alumno con promedio bajo:** reprobó una o más materias más de dos veces y su promedio general se encuentra entre 70 y 80.
- **Alumno con promedio intermedio:** reprobó una o más materias máximo dos veces y su promedio general se encuentra entre 75 y 85.
- **Alumno con promedio alto:** no reprobó ninguna materia y su promedio general se encuentra entre 85 y 100.

La sesión de *focus group* se llevó a cabo con una duración de una hora, se inició con una presentación, se aplicó un problema de razonamiento lógico-matemático (para conocer las reacciones y la dificultad para resolverlo), se realizaron 21 preguntas al grupo, las cuales estaban divididas en los siguientes tipos: de apertura, de transición, específicas y de cierre, para posteriormente dar un mensaje final.

### 2.1.2. Encuestas

Se generó una encuesta en línea, estableciendo un tamaño de muestra para la población total de FIME (17,979 estudiantes) con un nivel de confianza del 95% y un error del 3.4%, es decir se aplicó la encuesta a 156

estudiantes de las distintas carreras (con ayuda de maestros), cada encuesta incluía responder entre 20 a 23 preguntas (dependiendo de su respuesta), tomando como base los siguientes objetivos:

- La encuesta debe ser contestada una vez por usuario
- Conocer si se encuentran familiarizados con los problemas de habilidad numérica
- Conocer los métodos que utilizan los estudiantes para incrementar su razonamiento y porqué
- Establecer la categoría y en que dispositivo se desarrollará la aplicación
- Identificar las características del sistema.
- Conocer si han utilizado alguna herramienta para mejorar el aprendizaje.

La encuesta fue validada por dos personas expertas en el área, una de ellas con experiencia de más de 20 años en educación en el área de matemáticas y la otra con más de 20 años en el área de usabilidad, experiencia de usuario, así como también en el desarrollo de aplicaciones computacionales. Cada experto recibió la tabla de preguntas y objetivos con sus respectivas opciones a respuesta y con base en los comentarios de retroalimentación obtenidos, se analizaron y corrigieron cinco preguntas para pasar a la siguiente etapa.

## 2.2. Definir

Una vez recopilada la información, se estableció un perfil de usuario (persona) para entender las necesidades, comportamientos y/o metas de los estudiantes a través de una imagen, sus pasatiempos, motivaciones, actividades, y conocimientos (Saavedra, 2017)<sup>22</sup>.

Asimismo, se diseñó un diagrama de interacciones y un modelo de casos de uso para comprender el funcionamiento del sistema a través de las acciones que se pueden realizar con respecto a los problemas, niveles

y etapas que conforman el juego serio (Insfrán, Tejadillos, Martí y Burbano, 2001)<sup>23</sup>.

## 2.3. Idear

Para el proceso de generar ideas se utilizó el método de intercambio o lluvia de ideas (*brainstorm*) en el que participaron estudiantes, jugadores de aplicaciones de teléfonos inteligentes o en consolas (*gamers*) y expertos en el área de matemáticas, en donde los expertos cuentan con una Licenciatura en Matemáticas de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas (FCFM) de la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL):

- **Experto 1 (es Licenciado en Matemáticas):** nueve años como revisora de exámenes online, evaluadora de maestros para la elaboración de reactivos e impartiendo asesorías a nivel superior en el área de matemáticas.
- **Experto 2 (cuenta con Maestría en Ciencias con Orientación en Matemáticas Aplicadas):** doce años como evaluador, impartiendo asesorías a nivel medio superior y superior, así como también en el desarrollo de soluciones en el área de matemáticas.
- **Experto 3 (tiene un Doctorado en ciencias con orientación en matemáticas):** veinte años impartiendo clases a nivel superior en el área de matemáticas.

Una vez terminado el *brainstorming*, la información obtenida se agrupó con base en los elementos que se encuentran relacionados entre sí y se les asignó un título para establecer un diagrama de afinidad.

## 2.4. Prototipar

Para el desarrollo de los prototipos se establecieron tres niveles de dificultad, los cuales se definieron por el grupo de expertos con apoyo de la guía titulada “Niveles de

dominio en Habilidad matemática” (Reyes, Castillo, Zúñiga y Llarena, 2012)<sup>24</sup>, como se muestra a continuación:

- **Nivel 1 (Bajo):** Su nivel de razonamiento se caracteriza por lograr resolver problemas utilizando una aplicación de conocimientos y procedimientos lineales expresados de manera directa.
- **Nivel 2 (Intermedio):** Se caracteriza por tener un nivel de razonamiento en el cual se logran ejecutar múltiples procedimientos, incluyendo decisiones secuenciales.
- **Nivel 3 (Alto):** Consiste en poseer un nivel de razonamiento para proponer y evaluar soluciones justificando su utilización y entender el lenguaje simbólico.

Los temas que componen el juego serio fueron definidos, tomando como base el examen de admisión para ingreso a diversas universidades (incluyendo la UANL), conocido como el Examen Nacional de Ingreso a la Educación Superior (EXANI-II), en donde la estructura del razonamiento matemático está dividida en 5 subáreas como se muestra en la Figura 2 (CENEVAL, 2018)<sup>25</sup>.



**Figura 2.** Estructura del razonamiento matemático.

En esta investigación se decidió, junto con el grupo de expertos, seleccionar los tres temas que en su opinión experta son los más importantes para considerarse en el juego serio, los cuales son: razonamiento

aritmético, algebraico, estadístico y probabilístico.

#### 2.4.1. Prototipo de baja fidelidad

Para conocer la estructura del juego serio y el comportamiento del usuario al usarlo, se desarrolló un prototipo de baja fidelidad para identificar si necesita mejorar o si cumple con las especificaciones requeridas.

#### 2.4.2. Estructura del juego serio

La estructura del juego serio está desarrollada con base en el diagrama de afinidad obtenido. Para el diseño, el cual fue realizado en computadora, se utilizó un estilo caricaturesco mediante el uso de sombras planas conocido como *cel-shaded*. La estructura se define en los siguientes elementos:

- **Propósito:** fortalecer el razonamiento lógico-matemático de los estudiantes a través de la solución de problemas de matemáticas mientras se divierten.
- **Mecánica:** el juego es de primera persona y puede observar la historia, entrar a cualquier tema, seleccionar una misión (siempre y cuando esté habilitada), responder los problemas, observar su resultado y volver a intentar la misión, la siguiente o regresar al menú (dependiendo del resultado).
- **Ficción y narrativa:** se establecieron cuatro personajes (uno para cada tema y el de bienvenida), tomando como base los elementos de tierra, agua y viento, en donde cada personaje aparece solamente cuando ingresas por primera vez, te da la bienvenida y solicita tu ayuda, para finalmente aparecer en cada resultado de las misiones.
- **Composición:** el juego está conformado por un mundo mágico usando los elementos de la naturaleza para los temas de razonamiento aritmético (tierra), algebraico (agua), así como también estadístico y probabilístico (viento).

### 2.4.3. Prototipo de software

En esta sección, se desarrolló el prototipo de software con base en los temas y subtemas del EXANI-II y el modelo incremental, por lo que la estructura se encuentra dividida en los siguientes incrementos:

- **Inicio de la aplicación (Incremento 1):** comienza con el nombre del juego serio, muestra los mensajes de bienvenida de los personajes hasta terminar con la visualización de cada uno de los temas en forma de misiones.
- **Diseño de los problemas (Incremento 2):** se generó la recopilación, validación y clasificación de los problemas para fortalecer el razonamiento lógico-matemático de diferentes libros o sitios de internet recomendados por el grupo de expertos para posteriormente ser reestructurados (sin perder la lógica del problema) y almacenados en una base de datos (BD, *database*), logrando así mostrar cinco problemas en cada misión con cuatro opciones de respuesta para cada uno (una verdadera y tres falsas), todos de manera aleatoria (problemas y respuestas).
- **Desarrollo del SID (Incremento 3):** Para su desarrollo se utilizó el método de Mamdani (Hamam y Georganas, 2008)<sup>26</sup>, dividido por dos variables de entrada y una de salida:
  - Tiempo (entrada): duración aproximada en responder los cinco problemas con base en la información de la BD (cada tiempo es diferente), usando las etiquetas de corto, medio y largo.
  - Aciertos (entrada): cantidad de respuestas correctas de los cinco problemas de cada misión, con la etiqueta lingüística de bajo, medio y alto.
  - Nivel (salida): resultado del seguimiento del juego, en donde es estudiante puede regresar de nivel,

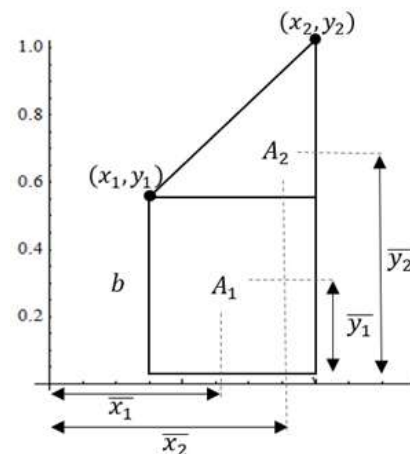
quedarse en el mismo o avanzar al siguiente.

Una vez definidas las variables con sus etiquetas lingüísticas, se establecieron nueve reglas difusas como se muestra en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Reglas difusas del juego serio.

Respuestas	Tiempo		
	Corto	Medio	Largo
Bajo	Regresa	Regresa	Regresa
Medio	Siguiente	Igual	Regresa
Alto	Siguiente	Siguiente	Igual

También, se determinaron las fórmulas para el proceso de defusificación usando el método del Centroide del Área (COA) (Coupland y John, 2007)<sup>27</sup>, como se muestra en la Figura 3, su representación gráfica.



**Figura 3.** Representación gráfica usando el método del COA.

Donde  $A_1$  y  $\bar{x}_1$  son las ecuaciones para el área del rectángulo,  $A_2$  y  $\bar{x}_2$  es para el Triángulo L o R, así como también  $x_1$ ,  $x_2$  son los puntos de las coordenadas del eje  $x$ .

La estructura del SID, se puede observar en la Figura 4, en donde con base en el tiempo y los aciertos, el estudiante avanza, se queda igual o regresa de nivel del subtema seleccionado en el juego serio.





Figura 4. Diagrama de navegación del SID.

- Recopilación y análisis de los datos para el SID (Incremento 4):** Consiste en la recopilación de la información para la variable tiempo del SID, por lo que se desarrolló un sitio web con todos los problemas separados por temas, subtemas y niveles, así como también un contador de tiempo que inicia cuando se entra a cada problema que el estudiante contesta una sola vez, logrando así almacenar en una BD cada problema que el alumno respondió, su tiempo invertido, su respuesta o en caso de que el estudiante lo considere equivocado lo puede reportar. Una vez recopilada la información, se deshabilitó el sitio web con el propósito de analizar los resultados obtenidos.
- Final de la aplicación (Incremento 5):** Es la unión de todos los incrementos y las animaciones cuando el estudiante obtiene un resultado al completar una misión (avanza, se queda igual o regresa) representado por una imagen y una melodía, si se terminan todos los subtemas (de un tema específico) se muestra una animación (con sonido) y un mensaje de agradecimiento por parte del personaje de dicho tema o para el caso en el que se terminen todos los temas en donde se muestra una imagen de agradecimiento.

## 2.5. Evaluación

En esta sección se realizaron pruebas de usabilidad y de aprendizaje con el propósito de determinar si al estudiante le agradó el juego serio, así como también si mejoró su razonamiento lógico-matemático al usarlo.

### 2.5.1. Evaluación de usabilidad

Para la evaluación de usabilidad del prototipo de baja fidelidad y de software se utilizó el método de pensar en voz alta (*Thinking aloud*), en donde se les solicitó a los usuarios de manera individual que expresaran lo que piensan en voz alta durante el uso del juego. Para recopilar la información obtenida en las pruebas, se desarrolló un formato en donde fueron registrados los problemas encontrados, así como las sugerencias de los usuarios, lo anterior fue considerado para mejorar el juego.

### 2.5.2. Evaluación de aprendizaje

Para conocer si los estudiantes aprendieron, se diseñaron dos exámenes similares, con los mismos temas, subtemas, niveles y el tiempo máximo en contestar cada problema con base en los tiempos almacenados en la BD. Se aplicó a los estudiantes la primera evaluación, se instaló el juego serio en el teléfono inteligente de cada estudiante para monitorizar su uso (en qué problemas entraron y cuál fue su respuesta) para posteriormente después de dos semanas, aplicar el segundo examen a cada estudiante, con el propósito de observar si su desempeño para resolver los problemas mejoró, empeoró o se mantuvo igual.

## 3. Resultados

En esta parte se pueden observar los resultados obtenidos para cada una de las etapas de la metodología de *Desing thinking*, así como también las correcciones realizadas (en caso de ser necesario) para el desarrollo del juego serio.

### 3.1. Empatizar

Para el *focus group* se contó con la participación de nueve participantes (3 mujeres y 6 hombres) y en el caso de las encuestas fueron respondidas por 156 alumnos (111 hombres y 45 mujeres).

Se determinó desarrollar una aplicación de tipo videojuego, debido a que una de las preguntas más relevantes es “Si pudieras crear una aplicación que ayude a incrementar el razonamiento lógico-matemático ¿Cómo te gustaría que estuviera diseñada?” y “¿En qué dispositivo te gustaría utilizarla?”, el 93.5% respondió que sea como un juego y el 59.6% en cualquier dispositivo como se muestra en la Figura 5, obtenido resultados muy similares en el *focus group*.

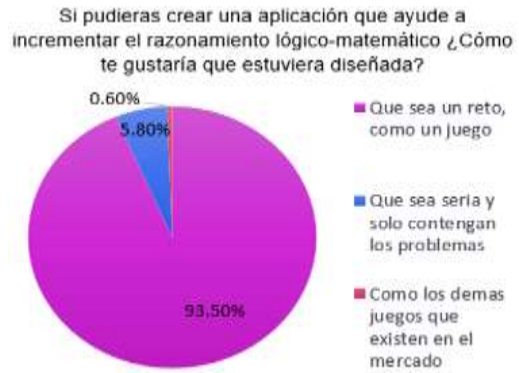


Figura 5. Resultado del diseño.

También se encontró que los estudiantes están acostumbrados a resolver problemas usando una fórmula específica (100%), utilizando aplicaciones de software (31%) o usando lápiz y papel (76%), con respuestas muy similares en el *focus group*.

### 3.2. Definir

Se generaron dos perfiles de usuario (persona) con base en la información obtenida en la etapa anterior (Empatizar), como se muestra a María Sánchez, una estudiante con conocimientos, gustos, pasatiempos y necesidades acorde al nivel medio superior o superior (ver Figura 6).


 <p>María Sánchez Edad: 18 años Género: Femenino</p>	<b>Ocupación:</b> Estudiante de la carrera de Ingeniero en Tecnología de Software	
	<b>Uso de TI</b> -Nivel alto en informática -Uso constante de laptop en la escuela y en casa, si no utiliza las plataformas móviles.	
<b>Pasatiempos</b> -Le encanta estar al día en las redes sociales -Le gusta ver imágenes, escuchar música, chatear con sus amigos en la computadora y el smartphone		
<b>Necesidades</b>	<b>Escenario</b>	<b>Acciones</b>
<b>Pasar el tiempo</b>	María acaba de salir de clases y tiene que esperar 1 hora para la siguiente materia, no tiene pendientes y sus amigos están en otra clase.	Empieza a jugar "4 Fotos 1 Palabra" o "sudoku" en su celular.
<b>Mejorar sus habilidades</b>	En una semana tiene una entrevista de trabajo y uno de sus amigos le comenta que le pondrán un examen con problemas de lógica.	Busca libros o en internet problemas de razonamiento numérico y como resolverlos.
<b>Distracción</b>	María tuvo un día pesado, así que busca algo con que distraerse, está en su cuarto y no le gusta lo que hay en la televisión.	Se conecta en su celular y empieza a chatear con sus amigos por WhatsApp mientras escucha música.

Figura 6. Perfil de María Sánchez.

También, se desarrolló un diagrama de interacción como se puede apreciar en la Figura 7, en donde se muestran el

comportamiento del juego serio y la funcionalidad del sistema, a partir de las acciones generadas por parte del estudiante.

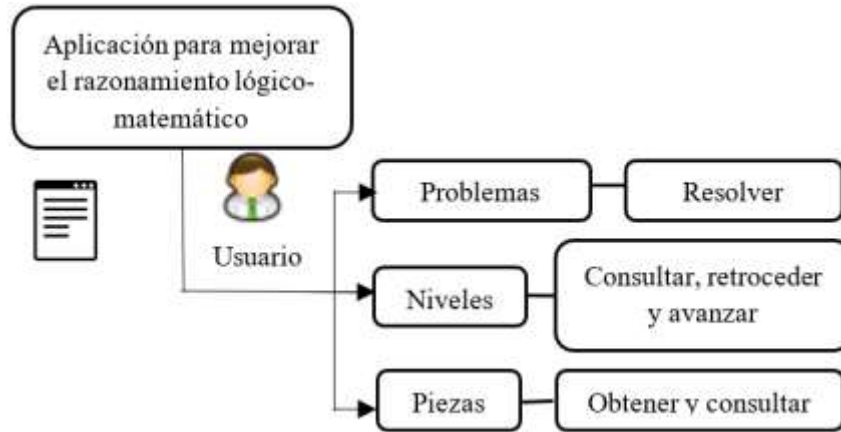


Figura 7. Diagrama de interacción del estudiante.

### 3.3. Idear

Para el desarrollo del *brainstorming*, se estableció un grupo conformado por dos estudiantes, tres jugadores de videojuegos y un experto (del grupo) en el área de Matemáticas, realizando las siguientes preguntas:

- ¿Qué características debería tener un juego atractivo para el usuario?
- ¿Cómo sería la estructura del juego?

- ¿Cuál sería el contenido además de los problemas de razonamiento?

Posteriormente, se revisó la información para después descartar, aceptar y clasificar con el propósito de diseñar un diagrama de afinidad, como se muestra una parte de dicho diagrama en la Figura 8, el cual consiste en parte del modo de juego.

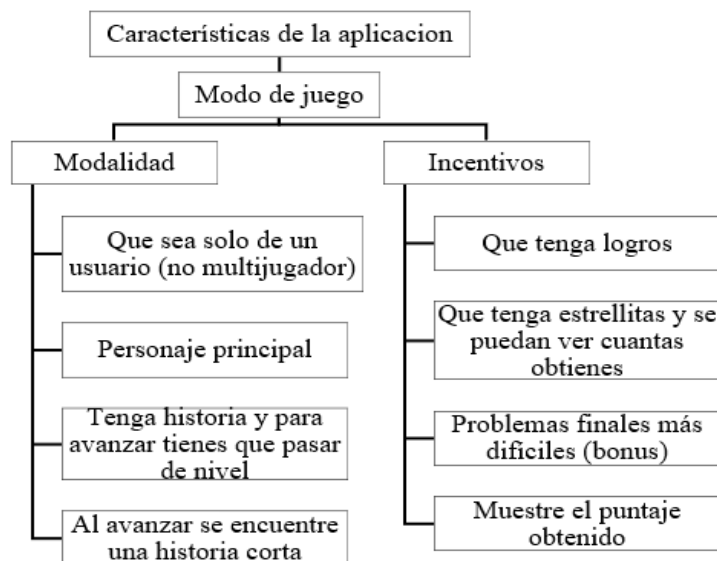
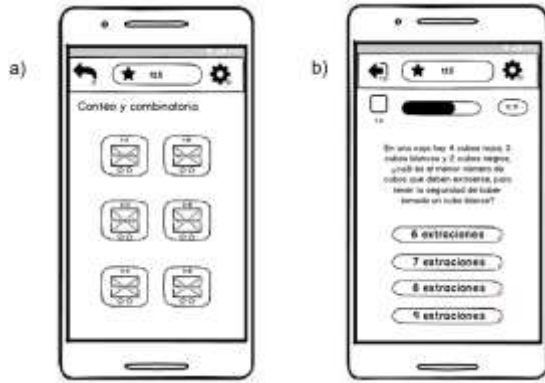


Figura 8. Diagrama de afinidad parte del modo de juego.

### 3.4. Prototipar

#### 3.4.1. Prototipo de baja fidelidad

Se desarrolló el prototipo de baja fidelidad usando la herramienta Balsamiq, como se muestra en la Figura 9.

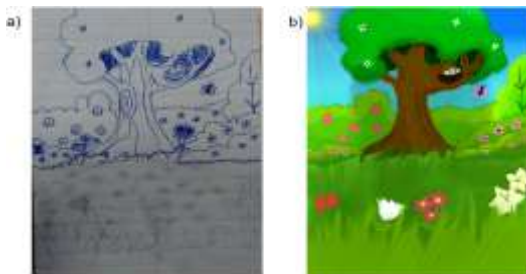


**Figura 9.** Diseño del prototipo de baja fidelidad. En a) se muestra los temas del razonamiento matemático y en b) se muestra la estructura de los problemas.

Se evaluó el prototipo en dos ocasiones a cuatro participantes distintos (dos estudiantes y dos gamers), en donde algunas de las modificaciones fueron de agregar un mensaje cuando cambia de problema su resultado de manera individual y al final de la misión, así como también cambiar en nombre de los botones a personajes o significados.

#### 3.4.2. Estructura del juego serio

Se diseñaron los personajes y paisajes con base a lo descrito en la sección 2.4.2, por lo que primero se dibujaron en papel para después digitalizarse usando la herramienta *Medibang Paint*, como se muestra en el paisaje cuando se terminan todas las misiones del elemento tierra (ver Figura 10).



**Figura 10.** Paisaje del elemento tierra alegre. En a) se muestra a lápiz y papel y en b) el dibujo en digital.

En total se crearon 258 imágenes incluyendo las piezas, esferas, paisajes y personajes, como se muestra en la Figura 11 el diseño de cada personaje y el fondo de cada tema y razonamiento.



**Figura 11.** Diseño de cada personaje y paisaje de los temas que conforma el juego serio.

Para conocer la estructura del juego se desarrollaron *storyboards* como se muestra un ejemplo en la Figura 12, al momento de iniciar en el juego y cuando se ingresa al tema tierra por primera vez, intentas una misión, el jugador falla, vuelve a intentar y regresa al menú de nuevo.



**Figura 12.** Guion gráfico de la estructura del juego.

#### 3.4.3. Prototipo de software

##### Primer incremento (Inicio de la aplicación)

Se desarrolló el inicio del juego hasta la vista de los subtemas, por lo que se realizaron pruebas en tres ocasiones en un teléfono inteligente y una tableta digital (para cada prueba), se encontraron distintos errores, algunos de ellos son: las imágenes no se cargaban, tardaban mucho o se veían distorsionadas y los diálogos de los

personajes eran muy rápidos, para solucionar lo anterior se cambiaron las imágenes a Base 64 y se agregó una animación de cargando, como se muestra en Figura 13.



**Figura 13.** Modificaciones del primer incremento. En a) se muestra la imagen en base 64 y en b) la imagen de la animación de cargando.

**Segundo incremento (Diseño de los problemas)**

Se realizó la reestructuración de los problemas con ayuda de los expertos, obteniendo un total de 231 para los diferentes temas, subtemas y niveles como se muestra en la Tabla 3, cuidando la lógica de cómo resolverlo.

**Tabla 3.** Total de problemas en la DB.

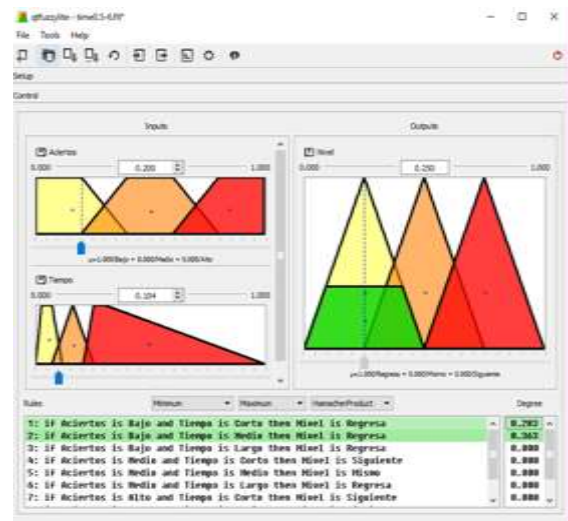
Tema	Subtema	Total
Razonamiento aritmético	Jerarquía de operaciones básicas	29
	Relaciones de proporcionalidad	22
Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	27
	Productos notables	18
	Ecuaciones	25
	Sistemas de ecuaciones	23
	Representaciones gráficas	24
Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información grafica	20
	Medidas descriptivas	21
	Nociones de probabilidad	22

Todos los problemas se revisaron por segunda ocasión por parte del experto con mayor experiencia (el tercer experto), encontrando 35 preguntas mal redactadas o con falta de información, por lo que se modificaron con ayuda de los otros dos expertos, logrando así volverse a revisar sin encontrar algún otro inconveniente.

Una vez revisados, se almacenaron en la BD para posteriormente conectarse al juego serio con un servicio *REST*, ambos montados en la nube del servicio web de Amazon (AWS, Amazon Web Services) (Amazon, 2019)<sup>28</sup>, con el objetivo de mandar a llamar los datos a la aplicación.

**Tercer incremento (Desarrollo del SID)**

Para el desarrollo del SID se utilizó el pseudolenguaje conocido como *Javascript* y se realizaron pruebas (con datos específicos en el SID), comparando los resultados con la biblioteca de control de lógica difusa conocida como *Fuzzylite*, usando la aplicación *qtfuzzylite* para diseñar sistemas difusos de manera visual e interactuar con ellos en tiempo real (Rada-Vilela, 2013)<sup>29</sup> y de manera manual, como se muestra en la Figura 14, para un tiempo mínimo de 30 segundos y máximo de 6 minutos con un resultado de 2:05 minutos con un acierto.

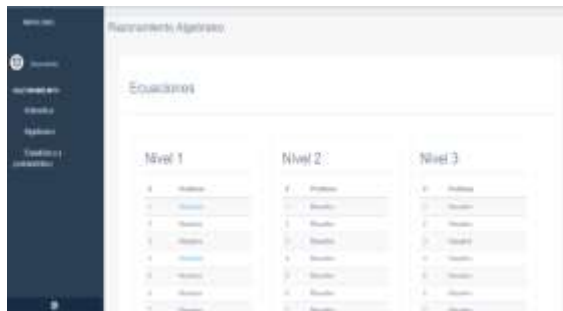


**Figura 14.** Resultado usando el *qtfuzzylite*.

Se compararon los resultados obtenidos y se encontraron distintos errores tales como: los valores reales no se convertían en unidad o no sabía qué hacer cuando el resultado se encontraba entre más de 2 valores (se obtenía una lista tomando puntos de 2 o los 3 niveles), por lo que se corrigieron y se volvieron a comparar encontrando resultados más satisfactorios.

#### Cuarto incremento (Recopilación y análisis de datos para el SID)

Se desarrolló un sitio web para la recopilación de los tiempos de cada problema de la variable del SID, como se muestra en la Figura 15 la lista de los problemas que conforma un subtema específico, dividido por niveles para que el estudiante pueda verlos y responder cada uno de ellos, en donde el color azul claro representa que el problema se encuentra deshabilitado.



**Figura 15.** Diseño de la página web, en donde se muestra la lista de problemas de un tema y subtema específico.

Una vez desarrollado el sitio web, se realizaron pruebas de su funcionamiento en dos ocasiones, utilizando dos laptops de marca Acer Aspire E15 con una capacidad de 8gb de RAM y una de escritorio con 4gb de RAM, se identificó que algunas imágenes de los problemas o soluciones se mostraban de tamaños diferentes o cuando se ingresa la matrícula o contraseña incorrecta no pasaba nada, así como también en caso de que el

usuario se registrará no les avisaba si ya tenía una cuenta o le faltaba completar algún dato, por lo que se modificaron todos los errores entre ellos cambiar el código de las imágenes a código HTML.

Una vez completado el sitio web, se aplicó a 307 estudiantes del último semestre (sexto) de la Escuela Industrial y Preparatoria Técnica Álvaro Obregón de la UANL, se recopiló un total de 7,098 respuestas para los 231 problemas, como se muestra en la Figura 16.

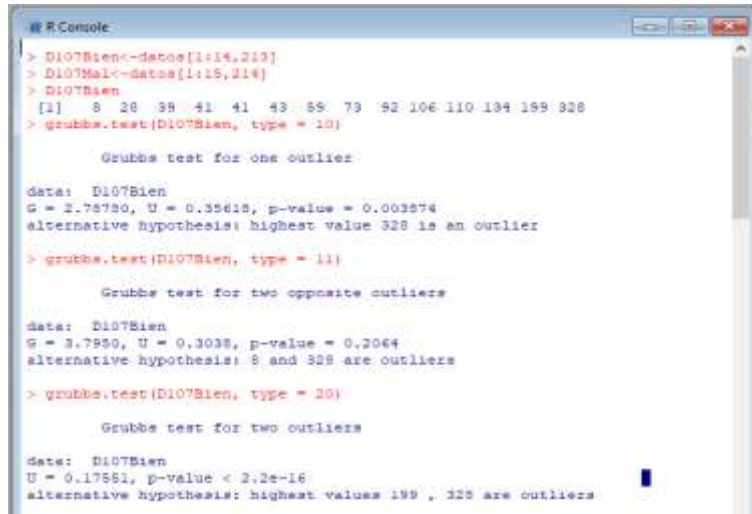


**Figura 16.** Estudiantes contestando los problemas para la recolección de los tiempos.

La información se dividió en listas de tiempos contestados de manera correcta, incorrecta y reportados, encontrando para este último 105 problemas reportados, por lo que se analizaron y modificaron o reestructuraron 10 preguntas con sus soluciones; para el caso de los tiempos de cada problema se encontró que los estudiantes tardaban desde uno o dos segundos en responder hasta 480 segundos (8 minutos), por lo que se utilizó la prueba Grubbs en R como se muestra en la Figura 17, para detectar los datos atípicos con base en las siguientes hipótesis.

$H_0$ : No hay valores atípicos en los datos

$H_1$ : Existe al menos un valor atípico en los datos.



```

R Console
> D107Bien<-datos[1:14,213]
> D107Mal<-datos[1:15,214]
> D107Bien
[1] 8 28 39 41 41 43 55 73 92 106 110 134 199 328
> grubbs.test(D107Bien, type = 10)

Grubbs test for one outlier:

data: D107Bien
G = 2.78780, U = 0.35618, p-value = 0.003874
alternative hypothesis: highest value 328 is an outlier

> grubbs.test(D107Bien, type = 11)

Grubbs test for two opposite outliers:

data: D107Bien
G = 3.7950, U = 0.3038, p-value = 0.2064
alternative hypothesis: 8 and 328 are outliers

> grubbs.test(D107Bien, type = 20)

Grubbs test for two outliers:

data: D107Bien
U = 0.17551, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: highest values 199, 328 are outliers

```

**Figura 17.** Prueba *Grubbs* de R

Se desarrolló el mismo procedimiento para los otros 230 problemas, eliminando desde uno hasta nueve datos atípicos, tanto para los que se contestaron de manera correcta como incorrecta, posteriormente se consideró tomar el valor mínimo y máximo de las listas de los problemas que se contestaron correctamente para los tiempos que conforman el SID.

No obstante, se encontró que en algunos casos las listas de los tiempos contestados de manera incorrecta eran similares a los tiempos contestados de manera correcta para cada uno de los problemas por lo que se utilizó la prueba *t-test* para varianzas y tamaños diferentes para comprobar si las listas de tiempos son estadísticamente similares o no.

Se consideraron los tiempos que contestaron de manera incorrecta cuando el p-valor es menor a 10% para dos colas ( $p < 0.10$ ) por lo que se observaron 29 listas similares para los tiempos sin modificar y 72 con las listas ya modificadas, esto es debido a que las listas que se encuentran debajo de dicho valor significan que no existe evidencia estadística de que las muestras sean diferentes (Pértega y Pita, 2001)<sup>30</sup>. Una vez definidos y clasificados los valores máximos y mínimos que se encontraran en la BD del SID, el

siguiente paso es agregarla al juego serio y observar su comportamiento.

#### **Quinto incremento (Final del juego serio)**

Consiste en la unión de todo el juego serio (junto con las animaciones e imágenes al final) como se muestra la secuencia completa en la Figura 18, por lo que se realizaron pruebas en dos ocasiones, en dos teléfonos inteligentes y una Tableta para ambos casos, encontrando que en algunas ocasiones las imágenes o los sonidos no cargaban, varios botones no funcionaban, la estructura se encontraba mal alineada o incluso, cuando se responden bien todos los problemas, pero si en un problema se tarda mucho en responder, te muestra un mensaje de que regresaste de nivel.



Figura 18. Secuencia del juego serio.

Para resolver la situación del último error encontrado, se separó la evaluación para cada problema de cada misión del juego serio, por lo que se modificó en la parte de los aciertos, debido a que el resultado final el estudiante se regresaba o se quedaba en el mismo nivel, ya sea porque tardó mucho en responder o lo contestaba de manera incorrecta en uno o dos problemas.

Debido a que los cinco problemas que conforman cada nivel se evalúan de manera independiente, se generó una estructura de distintos casos sin importar el orden de cada respuesta, como se muestra en la Tabla 4 para determinar si se regresa, sigue igual o avanza de nivel en el juego serio, en donde “+” es Siguiente, “-” regresa, “=” Igual para cada resultado del SID de manera individual y “Resultado escrito” consiste en el resultado final de la evaluación de los cinco problemas.

Tabla 4. Estructura para la evaluación de los cinco problemas de cada nivel.

+	-	=	Resultado	Resultado escrito
5	0	0	5	Siguiente
4	1	0	3	Siguiente
3	2	0	1	Igual
2	3	0	-1	Regresa
1	4	0	-3	Regresa
0	5	0	-5	Regresa
4	0	1	4	Siguiente
3	0	2	3	Siguiente
2	0	3	2	Siguiente
1	0	4	1	Igual
0	0	5	0	Igual
0	1	4	-1	Regresa
0	2	3	-2	Regresa
0	3	2	-3	Regresa
0	4	1	-4	Regresa
1	3	1	-2	Regresa
1	2	2	-1	Regresa
1	1	3	0	Igual
2	1	2	1	Igual
3	1	1	2	Siguiente
2	2	1	0	Igual

### 3.5. Evaluación

#### 3.5.1. Evaluación de usabilidad

Se aplicó el juego serio completo a 14 participantes, divididos en cuatro categorías: seis estudiantes de preparatoria, seis jugadores de videojuegos (*gamers*), un experto en matemáticas y otro en usabilidad. Para el proceso de evaluación se utilizó el método pensando en voz alta, en donde se les solicitó que entren a un tema y subtema en específico, en donde los usuarios opinaban acerca de cambiar la velocidad de los textos, algunas imágenes, el contador de tiempo empiece hacia atrás, que se distinga cuando se presiona un botón e incluso cambiar el nombre del juego serio a algo más relacionado con las matemáticas.

Se modificó el juego serio con base en los comentarios de los diferentes grupos de usuarios, para posteriormente aplicarse por segunda vez con tres estudiantes de preparatoria y tres *gamers* sin ninguna nueva



observación por parte de los participantes mencionados anteriormente, pero se modificó el nombre del juego a “MathLogic - La historia de YuZhen”.

**3.5.2. Evaluación de aprendizaje**

Para el proceso de evaluación, se realizaron dos pruebas similares (misma cantidad de problemas con temas, subtemas y el tiempo máximo en contestar cada problema), por lo que el primer y segundo examen se determinó un tiempo máximo de 29:28 (1757 segundos) y 29:42 (1765 segundos) minutos aproximadamente.

Se obtuvo la participación de 33 estudiantes de sexto semestre de la Escuela Industrial y Preparatoria Técnica Álvaro Obregón, por lo que se obtuvieron y analizaron 8,870 respuestas con 66 exámenes contestados, como se muestra en las Figuras 19 y 20, el promedio de los resultados y el tiempo que tardaron en contestar las evaluaciones respectivamente con base en el tiempo invertido en dos semanas de uso del juego serio.



**Figura 19.** Promedio de los tiempos divididos por el total de uso del juego y las evaluaciones.

En la Figura 19 se puede observar que los tiempos obtenidos por parte de los estudiantes que utilizaron o no el juego serio disminuyeron de manera similar en la segunda evaluación, es decir el promedio para los que sí usaron el juego disminuyó de 34 a 24 minutos (10 minutos de diferencia) con respecto a los que no la utilizaron con un tiempo de 37 a 26 minutos (11 minutos de diferencia). Sin embargo, se encontró que los alumnos que usaron el juego serio mejoraron en sus evaluaciones a diferencia de los que no, como se muestra en la Figura 20, en donde de un promedio total de 52 en la primera evaluación aumentaron a 58 para el segundo examen, a diferencia de los que no la utilizaron (tiempo 0) los cuales obtuvieron un promedio de 66 a 60 respectivamente.



**Figura 20.** Promedio de las calificaciones divididos por el total de uso del juego y las evaluaciones.

También, se observó que conforme el grado de dificultad aumenta, el número de estudiantes que avanzan de nivel disminuye, es decir, que aunque la mayoría sabe hacer procedimientos lineales de manera directa (pasar al nivel 2) se les dificulta ejecutar múltiples procedimientos implicando decisiones encadenas entre sí (pasar al nivel

3), por lo que se dividió por el número de estudiantes que entró en alguno de los niveles

y avanzó por lo menos al nivel dos, como se muestra en la Tabla 5.

**Tabla 5.** Promedio de los estudiantes con base en si avanzó de nivel en los subtemas.

Avanzó Nivel	# Personas	% Personas	Primera prueba	Segunda prueba
0	4	12%	63	59
1-2	8	24%	45	52
3-4	5	15%	61	61
5-6	4	12%	57	62
7-8	7	21%	47	57
9-10	5	15%	60	61

Como se puede observar en la Tabla 5, los estudiantes que no avanzaron en ninguno de los subtemas obtuvieron un promedio de 63 en la primera evaluación y bajaron a 59 en la segunda, a diferencia de los alumnos que si la utilizaron y avanzaron de nivel logrando una mejoría en la segunda evaluación (excepto cuando se avanzaron tres o cuatro niveles, en ese caso los alumnos tuvieron el mismo promedio).

Para comprobar este resultado, se realizaron pruebas de hipótesis usando la prueba *t-student* para la Tabla 5 como se muestra en la Tabla 6, con el propósito de identificar si existe una diferencia significativa entre los resultados de la primera y segunda evaluación, tomando como base las siguientes hipótesis:

$H_0$ : Los alumnos mejoraron en la segunda evaluación.

$H_1$ : Los alumnos no mejoraron en la segunda evaluación.

**Tabla 6.** Pruebas de hipótesis del resultado total de los estudiantes.

	# datos	Grados Libertad	$t_0$	$t\alpha$ del 95%
Mejoraron	15	27	-4.16856	2.132
Igual	7	NA	NA	NA
Empeoraron	11	17	2.74829	2.015

Con base en los resultados obtenidos anteriormente, se observó que, de los 33 estudiantes, 15 alumnos que usaron el juego

serio mejoraron su calificación ( $t_0 < -t\alpha$ ) y 11 empeoraron ( $t_0 > t\alpha$ ), ya sea porque no usaron el juego serio, no le dedican tiempo o no avanzaban de nivel, usando una probabilidad del 95%.

#### 4. Conclusión

Gracias a esta metodología *Design Thinking* se logró identificar como ayudar a solucionar la problemática actual de la educación en México con base en sus necesidades de manera creativa y novedosa, a través de las pruebas de usabilidad por parte de los veinte participantes, en donde se determinó que les pareció interesante la trama, la historia, la jugabilidad en primera persona con un estilo de caricatura y una temática no relacionada con matemáticas, por lo que sí es posible desarrollar un juego serio para los estudiantes de nivel medio superior.

Como se puede apreciar en la Figura 20 y en la Tabla 5 se determinó que los estudiantes que sí utilizaron el juego serio y avanzaron por lo menos al siguiente nivel mejoraron el resultado obtenido, asimismo, en la Tabla 6 se muestra que se realizaron pruebas de hipótesis, determinando que sí existe evidencia estadística para establecer que los 15 estudiantes que le dedicaron tiempo al juego mejoraron, a diferencia de los 7 que se mantuvieron igual o los 11 que empeoraron su calificación en la segunda prueba ya sea porque no la usaron o no avanzaron.

Con base en la información mencionada anteriormente, se establece que sí es posible desarrollar e implementar un SID para el proceso de evaluación de un juego serio, ya que los estudiantes que lo utilizaron no regresaban o avanzaban de nivel fácilmente. Sin embargo, los alumnos que sí avanzaron por lo menos en un nivel mejoraron a diferencia de los que no lo hicieron (los cuales disminuyeron en la segunda evaluación), es decir que el SID apoyó para fortalecer el razonamiento lógico-matemático a los estudiantes tomando como base los niveles alcanzados para los diferentes subtemas y los resultados de la primera y segunda evaluación, las cuales contenían problemas con diferentes métodos de solución a los que se encuentran almacenados en la BD del juego serio.

Con base en los resultados de la Tabla 6, existe evidencia estadística de que, de los 33 alumnos, 15 sí mejoraron y 11 empeoraron ya sea porque no usaron el juego serio, no le dedican tiempo o no avanzaban de nivel, por lo que se considera que el juego sí ayuda a mejorar tu razonamiento con base en la comparación de las dos evaluaciones.

Se propone como trabajo futuro complementar el juego serio con los temas faltantes de la evaluación EXANI-II, los cuales consisten en el razonamiento geométrico y trigonométrico, logrando así obtener un juego completo con base en la guía del examen de ingreso al nivel superior. Asimismo, se considera realizar dos evaluaciones similares y aplicarlas a otros grupos de estudiantes que utilicen la aplicación por un periodo más largo de tiempo (mínimo 4 meses), con el propósito de conocer si entre más tiempo la usen se obtendrán mejores resultados con base en su calificación y tiempo de respuesta.

## 5. Agradecimientos

Los autores deseamos agradecer a los árbitros de este artículo por sus comentarios y sugerencias. De la misma forma, agradecemos a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME) por su valioso apoyo en este proyecto, a los participantes, los creadores del juego serio involucrados y los expertos en el área de matemáticas.

## 6. Referencias

- <sup>1</sup>Kramarski, B. y Mevarech, Z. R. (2003). Enhancing Mathematical Reasoning in the Classroom: The Effects of Cooperative Learning and Metacognitive Training. *American Educational Research Journal*, 281-310.  
<https://doi.org/10.3102/00028312040001281>
- <sup>2</sup>Johnson-Laird, P., Khemlani, S. S., & Goodwin, G. P. (2015). Logic, probability, and human reasoning. *Trends in Cognitive Sciences*, 19(4), 201-214.  
<https://doi.org/10.1016/j.tics.2015.02.006>
- <sup>3</sup>Johansson, H. (2015). *Mathematical Reasoning - In physics and real-life context (Tesis doctoral)*. Gothenburg: University of Gothenburg.
- <sup>4</sup>Schleicher, A. (2019). *PISA 2018* [Archivo PDF]. Consultado en: <https://www.oecd.org/pisa/PISA%202018%20Insights%20and%20Interpretations%20FINAL%20PDF.pdf>
- <sup>5</sup>OCDE. (2019). *Programa para la evaluación internacional de alumnos (PISA)* [Archivo PDF]. Consultado en: [http://www.oecd.org/pisa/publications/PI-SA2018\\_CN\\_MEX\\_Spanish.pdf](http://www.oecd.org/pisa/publications/PI-SA2018_CN_MEX_Spanish.pdf)
- <sup>6</sup>INEE. (2015). *Planea: una nueva generación de pruebas* [Archivo PDF]. Consultado en: [http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2015/PlaneaFasciculo\\_3.pdf](http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2015/PlaneaFasciculo_3.pdf)

- <sup>7</sup>INEE. (2019). *Informe de resultados PLANEA EMS 2017. El aprendizaje de los alumnos de educación media superior en México. Lenguaje y Comunicación y Matemáticas*. Ciudad de México: INEE.
- <sup>8</sup>Ángel, J. y Bautista, G. (2001). *Didáctica de las matemáticas en enseñanza superior: la utilización de software especializado*. Recuperado el 30 de Diciembre de 2016, de <http://www.uoc.edu/web/esp/art/uoc/0107030/mates.html>
- <sup>9</sup>Chittaro, L. y Buttussi, F. (2015). Assessing Knowledge Retention of an Immersive Serious Game vs. a Traditional Education Method in Aviation Safety. *IEEE Trans Vis Comput Graph*, 21(4), 529-538. <https://doi.org/10.1109/TVCG.2015.2391853>
- <sup>10</sup>Hagstrom Dev. (15 de Marzo de 2020). *Sudoku Multiplayer Online - Duel friends online*. Google Play. <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.hagstrom.henrik.sudoku>
- <sup>11</sup>Makkajai. (23 de Marzo de 2020). *Matemáticas de Monstruos*. Google Play. <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.makkajai.monstermath2free>
- <sup>12</sup>Bragdon, A., y Fellows, L. (2003). *Juegos de mente*. Ciudad de México: Random House Espanha.
- <sup>13</sup>NSC. (31 de Octubre de 2017). *Fórmulas Free*. Google Play. [https://play.google.com/store/apps/details?id=com.nsc.mathformulas.lite&hl=es\\_MX](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.nsc.mathformulas.lite&hl=es_MX)
- <sup>14</sup>InfoLogic. (Octubre de 2018). *MathMagic Lite*. Google Play. <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.infologic.mathmagiclite>
- <sup>15</sup>Sangakoo. (2019). *Math theory*. Google Play. <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.sangaku.maths.en>
- <sup>16</sup>Jyothi, N., y Sille, R. (2013). A Critical Review of Development of Intelligent Tutoring Systems: Retrospect, Present and Prospect. *IJCSI International Journal of Computer Science Issues*, 10(2), 39-48.
- <sup>17</sup>Durango, J. A. y Pascuas, Y. S. (2015). Los sistemas tutores inteligentes y su aplicabilidad en la educación. *Horizontes Pedagógicos*, 17(2), 104-116.
- <sup>18</sup>Sivanandam, S. N., Sumathi, S. y Deepa, S. N. (2007). *Introduction to fuzzy logic using MATLAB*. Berlín: Springer.
- <sup>19</sup>Ayal, C. S., Kusuma, Y. S., Sabandar, J. y Afgan Dahlan, J. (2016). The Enhancement of Mathematical Reasoning Ability of Junior High School Students by Applying Mind Mapping Strategy. *Journal of Education and Practice*, 50-58.
- <sup>20</sup>Thakur, S., Raw, S. N., Sharma, R. y Mishra, P. (2016). Detection of type of thalassemia disease in patients: A fuzzy logic approach. *International Journal of Applied Pharmaceutical Sciences and Research*, 1(2), 88-95. <https://doi.org/10.21477/ijapsr.v1i2.10944>
- <sup>21</sup>Brown, T. (2008). Design Thinking. *Harvard Business Review*, 84-92.
- <sup>22</sup>Saavedra, E. (2017). *LA HERRAMIENTA PERSONAS*. Obtenido de Designthinking.gal: <https://designthinking.gal/la-herramienta-personas/>
- <sup>23</sup>Insfrán, E., Tejadillos, E., Martí, S. y Burbano, M. (2001). Transformación de Especificación de Requisitos en Esquemas Conceptuales usando Diagramas de Interacción. *Workshop em Engenharia de Requisitos*, 91-105. Valencia.

- <sup>24</sup>Reyes, S., Castillo, A., Zúñiga, A. y Llarena, R. (2012). *Niveles de dominio en Habilidad matemática: La estrategia de evaluación de ENLACE Media Superior Marcos de referencia 5*. Ciudad de México: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior (CENEVAL). [https://www.fisterra.com/mbe/investiga/t\\_student/t\\_student2.pdf](https://www.fisterra.com/mbe/investiga/t_student/t_student2.pdf)
- <sup>25</sup>CENEVAL. (2018). *Guía EXANI II* [Archivo PDF]. Consultado en: <http://www.ceneval.edu.mx/documents/20182/98406/Guia+EXANI-II+23a+ed.pdf/e1ff950b-2b89-4544-af4b-d5f456fa3ee8>
- <sup>26</sup>Hamam, A. y Georganas, N. D. (Octubre de 2008). A comparison of Mamdani and Sugeno fuzzy inference systems for evaluating the quality of experience of Hapto-Audio-Visual applications. *2008 IEEE International Workshop on Haptic Audio visual Environments and Games*. Ottawa: IEEE. <https://doi.org/10.1109/HAVE.2008.4685304>
- <sup>27</sup>Coupland, S. y John, R. (2007). Geometric Type-1 and Type-2 Fuzzy Logic Systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 15(1), 3-15. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2006.889764>
- <sup>28</sup>Amazon. (2019). *Comience a crear con AWS hoy mismo*. Amazon Web Services. <https://aws.amazon.com/es/>
- <sup>29</sup>Rada-Vilela, J. (2013). *Fuzzylite a fuzzy logic control library in C++* [Archivo PDF]. Consultado en: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download;jsessionid=78334DA61C0932F4242EAF539C97CC6?doi=10.1.1.700.850&rep=rep1&type=pdf>
- <sup>30</sup>Pértega, S. y Pita, S. (23 de Marzo de 2001). *Investigación: Métodos paramétricos para la comparación de dos medias. t de Student* [Archivo PDF]. Consultado en: